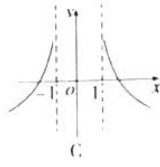
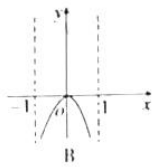
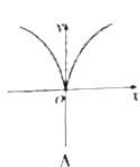


2021-2022 年度高三下学期第一次考试

本卷满分 150 分 考试时间 120 分钟

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 若复数 z 满足 $iz - 1 = 2i$ (i 为虚数单位)，则在复平面内复数 z 对应的点的坐标是
A. (1,2) B. (2,1) C. (-1,2) D. (2,-1)
- 已知集合 $A = \{x | (x+1)(3-x) < 0\}$, $B = \{x | \frac{1}{x} \leq 1\}$ ，则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$
A. $[-1,0] \cup [1,3]$ B. $[-1,0) \cup [1,3]$
C. $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$ D. $[1,3]$
- 牛顿曾经提出了常温环境下的温度冷却模型： $\theta = (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt} + \theta_0$ ，其中， t 为时间 (单位：min), θ_0 为环境温度， θ_1 为物体初始温度， θ 为冷却后温度，假设在室内温度为 20°C 的情况下，一桶咖啡由 100°C 降低到 60°C 需要 20min，则 $k =$
A. $\frac{\ln 2}{20}$ B. $\frac{\ln 3}{20}$ C. $-\frac{\ln 2}{10}$ D. $-\frac{\ln 3}{10}$
- 若单位向量 a, b 满足 $a \perp b$ ，向量 c 满足 $(a+c) \cdot b = 1$ ，且向量 b, c 的夹角为 60° ，则 $|c| =$
A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$
- 若函数 $f(x) = a^x - a^{-x}$ ($a > 0$ ，且 $a \neq 1$) 在 $\mathbb{R}$ 上为减函数，则函数 $y = \log_{\frac{1}{a}}(|x| - 1)$ 的图象可以是



- 如图，四棱锥 $S-ABCD$ 的底面为正方形， $SD \perp$ 底面 $ABCD$ ，则下列结论中不正确的是



- $AC \perp SB$
- $AB \parallel$ 平面 SCD
- SA 与平面 SBD 所成的角等于 SC 与平面 SBD 所成的角
- AB 与 SC 所成的角等于 DC 与 SA 所成的角

7. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\tan A < \cos B$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 为钝角三角形” 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
8. 已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数, 当 $x \neq 0$ 时, 恒有 $xf'(x) < 0$, 则
A. $f\left(\log_5 \frac{1}{3}\right) > f\left(\frac{7}{9}\right) > f\left(\log_5 \frac{1}{5}\right)$
B. $f\left(\log_5 \frac{1}{3}\right) > f\left(\log_5 \frac{1}{5}\right) > f\left(\frac{7}{9}\right)$
C. $f\left(\log_5 \frac{1}{5}\right) > f\left(\log_5 \frac{1}{3}\right) > f\left(\frac{7}{9}\right)$
D. $f\left(\frac{7}{9}\right) > f\left(\log_5 \frac{1}{5}\right) > f\left(\log_5 \frac{1}{3}\right)$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 若 $a, b \in R, a < b < 0$, 则下列不等式中, 一定成立的是
A. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ D. $|a| > |b|$
10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线过点 $P\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 点 F 是双曲线 C 的右焦点, 则下列结论正确的是
A. 双曲线 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$
B. 双曲线 C 的渐近线方程为 $x - \sqrt{2}y = 0$
C. 若点 F 到双曲线 C 的渐近线的距离为 $\sqrt{2}$, 则双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$
D. 设 O 为坐标原点, 若 $|PO| = |PF|$, 则 $S_{\triangle POF} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
11. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 的奇函数, 函数 $g(x) = f(x) + \frac{1}{x}, f(1) = -1$, 当 $x_2 > x_1 > 0$ 时, $x_1 x_2 f(x_1) - x_1 > x_1 x_2 f(x_2) - x_2$ 恒成立, 则下列结论正确的是
A. $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增
B. $g(x)$ 有两个零点
C. $f(3) + f(-2) < \log_{0.5} 2$
D. 不等式 $g(x) > 0$ 的解集为 $(0, 1) \cup (0, 1)$
12. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面棱长为 2, 侧棱长为 $2\sqrt{3}$, E 为 AC_1 的中点, $\vec{BD} = \lambda \vec{BC} (0 \leq \lambda \leq 1)$, 则以下结论正确的是
A. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, $\vec{A_1D} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} - \vec{AA_1}$
B. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, $AB_1 \parallel$ 平面 A_1C_1D
C. 存在 λ 使得 $DE \perp$ 平面 A_1B_1C
D. 四面体 $E-ABC$ 外接球的半径为 $\frac{\sqrt{15}}{3}$

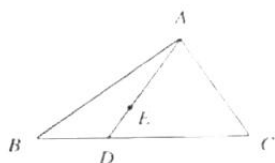
三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_3 = 9, S_{10} = 100$ ，则 $a_7 =$ _____。

14. 已知 $\tan \alpha = 2$ ，则 $\frac{\cos \alpha (1 - \sin 2\alpha)}{2 \sin \alpha - \cos \alpha}$ 的值为 _____。

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$ ，点 E 在线段 AD 上移动（不含端点），若

$\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$ ，则 $\frac{\lambda}{\mu} =$ _____， $\lambda^2 - \mu$ 的最小值为 _____。



16. 已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，以 F 为圆心， $3p$ 为半径的圆交抛物线 E 于 P, Q 两点，以线段 PQ 为直径的圆经过点 $(0, -1)$ ，则点 F 到直线 PQ 的距离为 _____。

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

在某海域 A 处的巡逻船发现南偏东 60° 方向，相距 a 海里的 B 处有一可疑船只，此可疑船只正沿射线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x (x > 0)$ (以 B 点为坐标原点，正东，正北方向分别为 x 轴， y 轴正方向，

1 海里为单位长度，建立平面直角坐标系)方向匀速航行。巡逻船立即开始沿直线向正北方向追击拦截。巡逻船出发 t 小时后，可疑船只所在位置的横坐标为 bt 。若巡逻船以 30 海里/时的速度向正东方向追击，则恰好 1 小时与可疑船只相遇。

(1) 求 a, b 的值；

(2) 若巡逻船以 $5\sqrt{21}$ 海里/时的速度进行追击拦截，能否拦截成功？若能，求出拦截时间，若不能，请说明理由。

18. (12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_2, a_3 分别是下表第一, 二, 三列中的某一个数, 且 a_1, a_2, a_3 中的任何两个数不在下表中的同一行, 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

	第一列	第二列	第三列
第一行	1	-4	16
第二行	2	7	-10
第三行	5	12	8

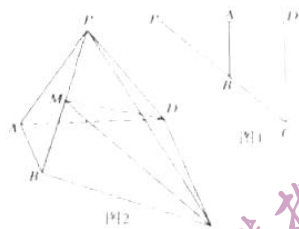
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 数列 $\{S_n\}$ 中的任意连续三项按适当顺序排列后, 可以成等差数列.

19. (12 分) 如图 1, 在等腰直角 $\triangle PCD$ 中, $\angle D = 90^\circ$, A, B 分别为 PD, PC 的中点, 将 $\triangle PAB$ 沿直线 AB 翻折, 得到如图 2 所示的四棱锥 $P-ABCD$, 若二面角 $P-AB-D$ 的大小为 60° , M 为 PB 中点.

(1) 求证: $PA \perp$ 平面 MCD ;

(2) 求直线 CM 与平面 PMD 所成角的正弦值.



20. (12分)

2021年某出版社对投稿某期刊的600篇文章进行评选,每篇文章送3位专家进行评议,3位专家中有2位以上(含2位)专家评议意见为“不合格”的文章,将认定为“不入围文章”,有且只有1位专家评议意见为“不合格”的文章,将再送2位专家进行复评,2位复评专家中有1位以上(含1位)专家评议意见为“不合格”的文章,将认定为“不入围文章”.设每篇文章被每位专家评议为“不合格”的概率均为 $p(0 < p < 1)$,且各篇文章是否被评议为“不合格”相互独立.

(1)记一篇参评的文章被认定为“不入围文章”的概率为 $f(p)$,求 $f(p)$;

(2)若拟定每篇文章需要复评的评审费用为1500元,不需要复评的评审费用为900元;除评审费外,其他费用总计为10万元.该出版社总预算费用为80万元,现以此方案实施,问是否会超过预算?并说明理由.

21. (12分)

设点 $P(x_0, y_0)(x_0 \neq \pm 1)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 上一动点, F_1, F_2 分别是椭圆 C 的左,右焦点,射线 PF_1, PF_2 分别交椭圆 C 于 M, N 两点,已知 $\triangle PMF_2$ 的周长为8,且点 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ 在椭圆 C 上.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)证明: $\frac{|PF_1|}{|MF_1|} + \frac{S_{\triangle PMF_1}}{S_{\triangle PMF_2}}$ 为定值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} + x^2 - 1(x > 0), g(x) = (\ln x)^2 - 2x$.

(1)求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程;

(2)若 $f(m) = g(n)$,证明: $m > n$.



数学试题参考答案及评分标准

2022.01

一、选择题:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	A	B	C	D	A	B

二、选择题:

题号	9	10	11	12
答案	BCD	AC	BC	AD

三、填空题:

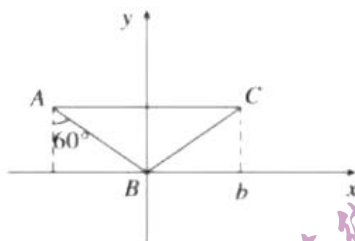
13. 13 14. $\frac{1}{15}$ 15. 2(2分) 16. $-\frac{1}{16}$ (3分) 16. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$

四、解答题:

17. (10分)

解: 直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 的倾斜角为 30° .

(1) 若巡逻船以 30 海里/小时的速度向正东方向追击, 设 1 小时后两船相遇于点 C, 如图所示, 则 AC $\perp$ x 轴, $AC = 30$. 且 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称. 3 分



$$\therefore AB = BC = a, \angle ABC = 120^\circ$$

$$\therefore a = \frac{15}{\cos 30^\circ} = 10\sqrt{3}, b = 15 \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

(2) 若巡逻船以 $5\sqrt{21}$ 海里/小时进行追击, 设 t 小时后两船相遇于点 D, 如图所示, 则

$$\angle ABD = 120^\circ, BD = \frac{15t}{\cos 30^\circ} = 10\sqrt{3}t, AD = 5\sqrt{21}t, AB = 10\sqrt{3} \quad \dots\dots 8 \text{ 分}$$

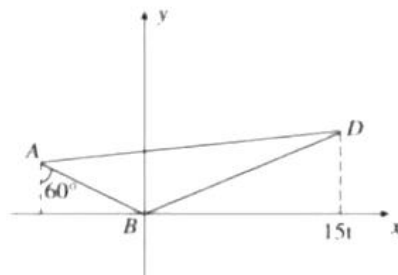
$$\therefore AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cos \angle ABD$$

$$\therefore (5\sqrt{21}t)^2 = (10\sqrt{3})^2 + (10\sqrt{3}t)^2 - 2 \times 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{3}t \times (-\frac{1}{2}) \quad \dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{整理得 } 3t^2 - 4t - 4 = 0$$

$$\text{解得 } t = 2 \text{ 或 } t = -\frac{2}{3} \text{ (舍去)}$$

$\therefore$ 能拦截成功, 拦截时间为 2 小时.





18. (12分)

解: (1) 当 $a_1 = 1$ 时, 不合题意

当 $a_1 = 2$ 时, 符合题意且当 $a_1 \leq 4, a_1 \neq 8$ 时符合题意 3分

当 $a_1 \leq 5$ 时, 不合题意

因此 $a_1 \in \{2, 3, 4\}$

当 $a_1 = 2$ 时, $a_n = 2 \cdot (-2)^{n-1}$ 6分

$$(2) S_n = \frac{2[1 - (-2)^n]}{1 - (-2)} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-2)^n$$

$$\therefore S_{n+1} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-2)^{n+1}$$

$$S_{n+2} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-2)^{n+2} = \frac{2}{3} + \frac{4}{3}(-2)^n \quad \dots\dots\dots 9分$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{n+1} + S_{n+2} &= \frac{4}{3} + \frac{2}{3}(-2)^{n+1} = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}(-2)^n \\ &= 2\left[\frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-2)^n\right] \\ &= 2S_n \end{aligned}$$

$\therefore S_{n+1}, S_{n+2}$ 或 S_{n+2}, S_n, S_{n+1} 成等差数列

$\therefore$ 数列 $\{S_n\}$ 中的任意连续三项按适当顺序排列后可以成等差数列. 12分

19. (12分)

解: (1) 证明: $AB \perp PA, AB \perp CD$

$\therefore PA \perp CD$

设 AC 的中点为 N , 连接 MN, DN .

$\because M$ 为 PB 的中点

$\therefore MN \parallel AB$

$\therefore MN \parallel CD$

$\therefore M, N, C, D$ 四点共面 3分

又 $PA \perp AB, AD \perp AB$

$\therefore \angle PAD$ 即为二面角 $P-AB-D$ 的平面角

$\therefore \angle PAD = 60^\circ$

又 $AP = AD$

$\therefore$ 三角形 PAD 为正三角形

$\therefore DN \perp PA$
又 $DN \subset CD \Rightarrow DN \perp$ 平面 MCD
又 $PM \subset$ 平面 MCD (6分)

(2) 以 D 为坐标原点, DA 为 x 轴正方向, DC 为 y 轴正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$, 设 $AD=2$,

则 $B(2, 2, 0), C(0, 4, 0), P(1, 0, \sqrt{3})$

$\therefore M(\frac{3}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 8分

$\therefore \overrightarrow{CM} = (\frac{3}{2}, -3, \frac{\sqrt{3}}{2}), \overrightarrow{DP} = (1, 0, \sqrt{3})$,

$\overrightarrow{DM} = (\frac{3}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2})$

设 $\mathbf{m} = (x, y, z)$ 为平面 PMN 的法向量, 则

$$\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DM} = 0 \\ \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DP} = 0 \end{cases} \quad \text{即: } \begin{cases} \frac{3}{2}x + y + \frac{\sqrt{3}}{2}z = 0 \\ x + \sqrt{3}z = 0 \end{cases}$$

令 $x = \sqrt{3}$, 解得 $\begin{cases} y = -\sqrt{3} \\ z = -1 \end{cases}$

$\therefore \mathbf{m} = (\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -1)$ (10分)

设直线 CM 与平面 PMN 所成的角为 θ , 则

$$\sin \theta = |\cos \langle \mathbf{m}, \overrightarrow{CM} \rangle| = \frac{|\mathbf{m} \cdot \overrightarrow{CM}|}{|\mathbf{m}| |\overrightarrow{CM}|} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7} \times 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

$\therefore$ 直线 CM 与平面 PMN 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{7}}{7}$ (12分)

20. 解: (1) 因为一篇文章初评被认定为“入围文章”的概率为 $C_3^2 p^2(1-p) + C_3^3 p^3$,



一篇文章复评被认定为“不入围文章”的概率为 $C_3^1 p(1-p)^2[1-(1-p)^2]$, 2分

所以一篇文章被认定为“入围文章”的概率为

$$f(p) = C_3^2 p^2(1-p) + C_3^1 p^3 + C_3^1 p(1-p)^2[1-(1-p)^2] = -3p^5 + 12p^4 - 17p^3 + 9p^2$$

.....4分

(2) 设每篇文章的评审费为 X 元, 则 X 的可能取值为 900, 1500.

$$P(X=1500) = C_3^1 p(1-p)^2, \quad P(X=900) = 1 - C_3^1 p(1-p)^2,$$

$$\text{所以 } E(X) = 900 \times [1 - C_3^1 p(1-p)^2] + 1500 \times C_3^1 p(1-p)^2 = 900 + 1800p(1-p)^2$$

.....7分

$$\text{令 } g(p) = p(1-p)^2, (0 < p < 1), \text{ 则 } g'(p) = (3p-1)(p-1) (0 < p < 1).$$

当 $p \in (0, \frac{1}{3})$ 时, $g'(p) > 0$, $g(p)$ 在 $(0, \frac{1}{3})$ 上单调递增, 当 $p \in (\frac{1}{3}, 1)$ 时, $g'(p) < 0$,

$g(p)$ 在 $(\frac{1}{3}, 1)$ 上单调递减, 所以 $g(p)$ 的最大值为 $g(\frac{1}{3}) = \frac{4}{27}$10分

所以实施此方案, 最高费用为 $10 + 600 \times (900 + 1800 \times \frac{4}{27}) \times 10^{-4} = 80$ (万元).

综上, 若以此方案实施, 不会超过预算.12分

21. (12分)

解: (1) 由题知, $4a = 8$

$$a = 2$$

将 $(\frac{3}{4}, 1)$ 代入方程 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 得 $\frac{1}{4} + \frac{9}{4b^2} = 1$

$$\text{解得 } b^2 = 3$$

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$4分

(2) 由题知, $x_0 \neq \pm 1, y_0 \neq 0$, 设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 则直线 PM 的方程为

$$y = \frac{y_0}{x_0 + 1} (x + 1)$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = \frac{y_0}{x_0 + 1} (x + 1) \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$$

$$\left[\frac{3(x_0 + 1)^2}{4} + 4 \right] y^2 - \frac{6(x_0 + 1)}{y_0} y - 9 = 0$$

$$\therefore y_0 y_1 = \frac{-9}{\frac{3(x_0 + 1)^2}{4} + 4} = \frac{-9}{\frac{3(x_0 + 1)^2 + 16}{4}} = \frac{-36}{3(x_0 + 1)^2 + 16}$$

$$\therefore y_1 = \frac{-9}{3(x_0 + 1)^2 + 16} \cdot \frac{1}{y_0}$$



$$= \frac{-9y_0}{3x_0^2 + 4x_0 + 6x_0 + 3} = \frac{-3y_0}{2x_0 + 5} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\text{同理可得 } y_1 = \frac{3y_0}{5 - 2x_0} \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$\frac{|PF_1|}{|MF_1|} = \frac{S_{\triangle PF_1F_2}}{S_{\triangle MF_1F_2}} = \frac{|y_1| + |y_2|}{|y_1| + |y_2|}$$

$$= -\left(\frac{y_0}{y_1} + \frac{y_0}{y_2}\right) + 1$$

$$= -\left(\frac{y_0}{-3y_0} + \frac{y_0}{-3y_0}\right) + 1$$

$$= \frac{2x_0 + 5}{2x_0 + 5} + \frac{5 - 2x_0}{5 - 2x_0}$$

$$= \frac{2x_0 + 5 + 5 - 2x_0}{3} + 1$$

$$= \frac{13}{3}$$

$$\therefore \frac{|PF_1|}{|MF_1|} + \frac{S_{\triangle PF_1F_2}}{S_{\triangle MF_1F_2}} \text{ 为定值 } \frac{13}{3} \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

22. (12分)

$$\text{解: (1) } f'(x) = \frac{xe^x - e^x}{x^2} + 2x = \frac{x-1}{x^2}e^x + 2x$$

$$\therefore f'(1) = 2 \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore f(1) = e$$

$\therefore$ 曲线 $y = f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为

$$y - e = 2(x - 1), \text{ 即 } y = 2x + e - 2 \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 设 $\varphi(x) = x - 1 - \ln x (x > 0)$, 则

$$\varphi'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$$

当 $x \in (0, 1)$ 时, $\varphi'(x) < 0$, $\varphi(x)$ 单调递减,

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $\varphi'(x) > 0$, $\varphi(x)$ 单调递增,

$$\therefore \varphi(x)_{\min} = \varphi(1) = 0$$

$$\therefore \varphi(x) \geq 0, \text{ 即 } x - 1 \geq \ln x.$$

$$\therefore \text{ 当 } x > 0 \text{ 时}, 2x > -2x \geq 2x \ln x \geq 2x^2 \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\therefore f(x) - g(x) = \frac{e^x}{x} - (\ln x)^2 + x^2 + 2x - 1$$

$$\geq \frac{e^{x-\ln x}}{x} - (\ln x)^2 + x^2 - 2x - 1$$

$$\geq e^{1-\ln x} - (\ln x)^2 + x^2 + 2x \ln x - 2x^2 - 1$$

$$= e^{1-\ln x} + (x + \ln x)(x - \ln x) - 2x(x - \ln x) - 1$$

$$= e^{1-\ln x} + \ln x - 1 \dots\dots\dots 8 \text{分}$$



∴ 当 $x > 0$ 时, $x > x - 1 \geq \ln x$

∴ $x - \ln x > 0$

设 $h(x) = e^x - x - 1 (x \geq 0)$, 则 $h'(x) = e^x - 1$

设 $t(x) = e^x - 2x (x \geq 0)$, 则 $t'(x) = e^x - 2$

令 $t'(x) = 0$, 解得 $x = \ln 2$

当 $x \in [0, \ln 2]$ 时, $t'(x) < 0$, $t(x)$ 单调递减,

当 $x \in (\ln 2, +\infty)$ 时, $t'(x) > 0$, $t(x)$ 单调递增.

∴ $t(x)_{\min} = t(\ln 2) = 2(1 - \ln 2) > 0$

∴ $t(x) > 0$, 即 $h'(x) > 0$

∴ $h(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增

∴ $h(x) \geq h(0) = 0$

∴ 当 $x > 0$ 时, $e^x - x^2 - 1 > 0$ 恒成立.

∴ $f(x) - g(x) > 0$, 即 $f(x) > g(x)$.

∴ $f(m) > g(m)$

又 $g'(x) = 2 \frac{1}{x} \ln x - 2 = 2 \frac{\ln x - x}{x} < 0$

∴ $g(x)$ 单调递减.

又 $g(n) = f(m) > g(m)$

∴ $m > n$

10分

12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

