

乐山市高中 2024 届期末教学质量检测

文科数学

(本试卷共 4 页,满分:150 分 考试时间:120 分钟)

本试题卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)两部分.第一部分 1 至 2 页,第二部分 3 至 4 页.考生作答时,须将答案答在答题卡上,在本试题卷、草稿纸上答题无效.满分 150 分,考试时间 120 分钟.考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回.

第一部分(选择题 共 60 分)

注意事项:

1. 选择题必须用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上.

2. 第一部分共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 计算: $(3-4i)(3+4i)=$

A. -7

B. 7

C. 25

D. -25

2. 下列命题错误的是

A. 不共线的三点确定一个平面

B. 一条直线和直线外一点,可确定一个平面

C. 梯形可确定一个平面

D. 圆心和圆上两点可确定一个平面

3. 下列变量间的关系,不是相关关系的是

A. 一块农田的水稻产量与施肥之间的关系

B. 正方形的面积与边长之间的关系

C. 商品销售收入与其广告费支出之间的关系

D. 人体内的脂肪含量与年龄之间的关系

4. 小李打开计算机时,忘记了开机密码的前两位,他只记得第一位是 M, N 中的一个字母,第二位是 1, 2, 3 中的一个数字,则小李输入一次密码能成功开机的概率是

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{12}$

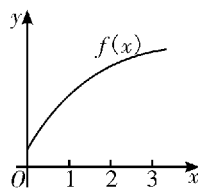
5. 函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示,它的导函数为 $y=f'(x)$,下列正确的是

A. $f'(1)>f'(2)>f'(3)>0$

B. $f'(1)<f'(2)<f'(3)<0$

C. $0<f'(1)<f'(2)<f'(3)$

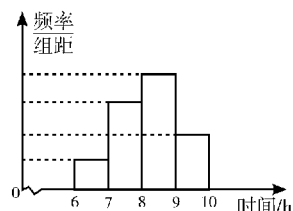
D. $f'(1)>f'(2)>0>f'(3)$



6. 某地为了了解中学生的日均睡眠时间(单位:h),随机选择了 n 位中学生进行调查,根据所得数据画出样本的频率分布直方图,如图所示,且从左到右的第1个,第4个,第2个,第3个小长方形的面积依次构成公差为 0.1 的等差数列,又第四小组的频数是 10,则 n 等于

A. 30
C. 50

B. 40
D. 60



7. 在一次实验中,测得 (x, y) 的四组数值分别是 $A(1, 3), B(2, 3.8), C(3, 5.2), D(4, 6)$, 则 x 与 y 之间的回归直线方程可能是

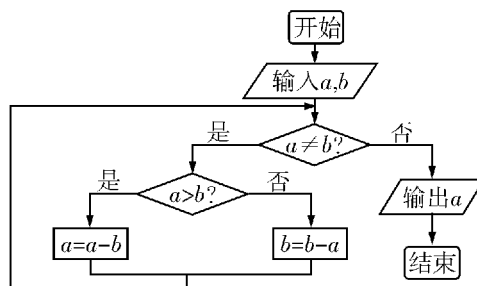
A. $\hat{y} = -x + 7$ B. $\hat{y} = 1.04x + 1.9$ C. $\hat{y} = 1.9x + 1.04$ D. $\hat{y} = 1.05x - 0.9$

8. 函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 在区间 $[-2, 0]$ 的最大值和最小值分别为

A. 2 和 -2 B. 2 和 0 C. 1 和 0 D. 0 和 -2

9. 如图所示程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”. 执行该程序框图,若输入的 a, b 分别为 63, 49, 则输出的 $a =$

A. 2 B. 3
C. 5 D. 7



10. 设函数 $f(x) = a^2x + \frac{1}{x} (x > 0)$, 在区间 $(0, 3)$ 内随机抽取两个实数分别记为 a, b , 则 $f(x) > 2b - 2$ 恒成立的概率是

A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

11. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 - x$ 存在单调递减区间, 则实数 a 的取值范围是

A. $[-\frac{1}{4}, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ C. $[0, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

12. 已知 $a = \sin \frac{1}{5}, b = \frac{1}{5}, c = \frac{6}{5} \ln \frac{6}{5}$, 则

A. $b > c > a$ B. $a > c > b$ C. $c > b > a$ D. $a > b > c$

第二部分(非选择题 90 分)

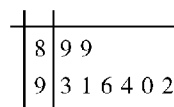
注意事项:

1. 考生须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答案区域作答, 作图可用铅笔画线, 确认后用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚, 答在试题卷上无效.

2. 本部分共 10 小题, 共计 90 分.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在一次月考中, 高二年级 8 个班的数学平均分如茎叶图所示, 这组数字的中位数为_____.



14. 福利彩票“双色球”中红球的号码可以从 01, 02, 03, ..., 32, 33 这 33 个两位号码中选取, 小明利用如下所示的随机数表选取红色球的 6 个号码, 选取方法是从第 1 行第 9 列的数字开始, 从左到右依次读取数据, 则第四个被选中的红色球号码为_____.

第 1 行: 2 9 7 6 3 4 1 3 2 8 1 4 2 6 4 1

第 2 行: 8 3 0 3 9 8 2 2 5 8 8 8 2 4 1 0

15. 已知正 $\triangle ABC$ 边长为 1, 将 $\triangle ABC$ 绕 BC 旋转至 $\triangle DBC$, 使得 $AD=1$, 则三棱锥 $D-ABC$ 的外接球表面积为_____.

16. 已知正实数 a, b , 满足 $ae^2(\ln b - \ln a + a - 1) \geq be^a$, 则 $\frac{1}{b}$ 的最小值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17. (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x - 6$.

(1) 求 $f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

18. (本小题 12 分)

为了研究学生每天整理数学错题情况, 某课题组在某市中学生中随机抽取了 100 名学生调查了他们期中考试数学成绩和平时整理数学错题情况, 并绘制了下列两个统计图表, 图 1 为学生期中考试数学成绩的频率分布直方图, 图 2 为学生一个星期内整理数学错题天数的扇形图. 若本次数学成绩在 110 分及以上视为优秀, 将一个星期有 4 天及以上整理数学错题视为“经常整理”, 少于 4 天视为“不经常整理”. 已知数学成绩优秀的学生中, 经常整理错题的学生占 70%.

	数学成绩优秀	数学成绩不优秀	合计
经常整理			
不经常整理			
合计			

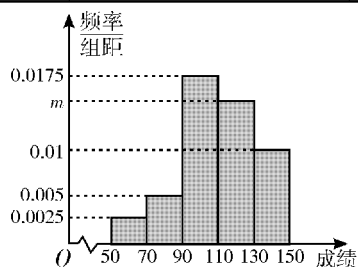


图1

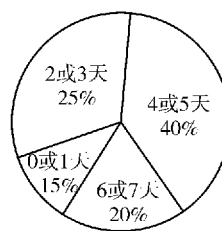


图2

(1)求图 1 中 m 的值;

(2)根据图 1、图 2 中的数据,补全上方 2×2 列联表,判断能否有 95% 的把握认为学生数学成绩优秀与经常整理数学错题有关?

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

α	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = x \cdot e^x$.

(1)求 $f(x)$ 的极值;

(2)求方程 $f(x) = a (a \in \mathbf{R})$ 有两个不同的根,求 a 的取值范围.

20. (本小题 12 分)

某电器公司的市场研究人员为了解公司的经营状况,对该公司最近七个月内的市场占有率进行了统计,结果如下表所示:

月份	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月
月份代码 x	1	2	3	4	5	6	7
市场占有率 $y(\%)$	11	13	16	15	20	21	23

(1)用相关系数说明市场占有率 y 与月份代码 x 之间的关系是否可用线性回归模型拟合? (结果保留两位小数)

(2)求 y 关于 x 的线性回归方程,并预测该公司 10 月份的市场占有率.

参考依据: $\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 28$, $\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2 = 118$, $\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 56$, $\sqrt{826} \approx 28.7$.

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, 线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和

截距的最小二乘法估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

21. (本小题 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 BCC_1B_1 为正方形, $AB=BC=2$, $AC=2\sqrt{3}$, M, N 分别为 A_1B_1, AC 的中点.

(1)求证: $MN \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2)若 $BN \perp$ 平面 AA_1C_1C , 求 V_{C-BMN} .

22. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax}{e^x}$ 和 $g(x) = \frac{\ln x}{ax}$ 有相同的最大值.

(1)求 a ;

(2)若直线 $y=b$ 与 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的图象共有四个不同的交点,试探究:从左到右四个交点横坐标之间的等量关系.

