

2022-2023 学年第二学期高三四校联考数学试题

参考答案:

1. B 2. D 3. A 4. C 5. A 6. D 7. B 8. C 9. AC 10. AB 11. ACD 12. ABD

8. 【解】连接 PQ , QA , 由 $PB = PC = AB = BC = AC = 2$, 可知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle PBC$ 是等边三角形, 设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心为 O , 所以球心 O 到平面 ABC 和平面 PBC 的射影是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle PBC$ 的中心 F , E , $\triangle PBC$ 是等边三角形, Q 为 BC 中点,

所以 $PQ \perp BC$, 又因为侧面 $PBC \perp$ 底面 ABC , 侧面 $PBC \cap$ 底面 $ABC = BC$,

所以 $PQ \perp$ 底面 ABC , 而 $AQ \subset$ 底面 ABC , 因此 $PQ \perp AQ$, 所以 $OFQE$ 是矩形.

$\triangle ABC$ 和 $\triangle PBC$ 是边长为 2 的等边三角形, 所以两个三角形的高 $h = \sqrt{2^2 - \left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2} = \sqrt{3}$,

在矩形 $OFQE$ 中, $OE = FQ = \frac{1}{3}h = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $AE = \frac{2}{3}h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 连接 OA ,

所以 $OA = \sqrt{OE^2 + EA^2} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$,

设过点 Q 的平面为 α , 当 $OQ \perp \alpha$ 时, 此时所得截面的面积最小,

该截面为圆形, $OQ = \sqrt{OF^2 + FQ^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)h^2 + \left(\frac{1}{3}h\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}h = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$,

因此圆 Q 的半径为: $\sqrt{OA^2 - OQ^2} = \sqrt{\frac{15}{9} - \frac{6}{9}} = 1$, 所以此时面积为 $\pi \cdot 1^2 = \pi$,

当点 Q 在以 O 为圆心的大圆上时, 此时截面的面积最大, 面积为: $\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{15}}{3}\right)^2 = \frac{5\pi}{3}$,

所以截面的面积范围为 $\left[\pi, \frac{5\pi}{3}\right]$.

11. 【解】对于 A 选项, 圆心 $C(0,0)$ 到直线 $x-2y-4=0$ 的距离 $d = \frac{4}{\sqrt{5}} > r=1$, 所以直线 l

与圆 C 相离, A 正确; 由 $d-r = \frac{4}{\sqrt{5}} - 1 < 1$ 知, 圆 C 上有且仅有两个点到直线 l 的距离等于 1,

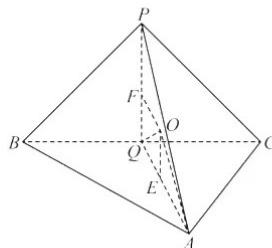
B 错; 对于 C 选项, 由切线的性质知, $\triangle PAC$ 为直角三角形, 且 $PA \perp AC$,

$|PA| = \sqrt{|PC|^2 - r^2} \geq \sqrt{d^2 - 1} = \frac{\sqrt{55}}{5}$, 当且仅当 PC 与直线 $x-2y-4=0$ 垂直时等号成立, 所以

$|PA|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{55}}{5}$, C 对; 设点 $P(x_0, y_0)$, 可得直线 AB 的方程为 $x_0x + y_0y = 1$,

因为点 $P(x_0, y_0)$ 在直线 $x-2y-4=0$ 上, 则 $y_0 = \frac{1}{2}x_0 - 2$, 即 $xx_0 + y\left(\frac{1}{2}x_0 - 2\right) = 1$,

整理得 $\left(x + \frac{1}{2}y\right)x_0 - 2y - 1 = 0$. 可解得直线 AB 过定点 $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$, D 对.



答案第 1 页, 共 7 页

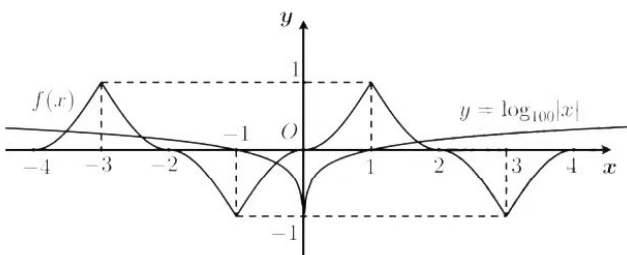
12. 【解】由题设, $f(-x+1)=f(x+1)$, 即 $f(-x)=f(x+2)$, $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称, A 正确;

又 $f(-x)=-f(x)$, 则 $f(x)=-f(x+2)=f(x+4)$, 即 $f(x)$ 是周期为 4 的奇函数,

由 $f(0)=a-\cos 0=a-1=0$, 即 $a=1$, $f(2022)=f(4 \times 505+2)=f(2)=f(0)=0$, B 正确;

$f(2023)=f(4 \times 506-1)=f(-1)=-f(1)=-1$, $f(2021)=f(4 \times 505+1)=f(1)=1$, 故

$f(2023)<f(2021)$, C 错误; $f(x)$ 与 $y=\log_{100}|x|$ 的函数部分图象如下:



当 $x>0$, $y=\log_{100} x$ 过点 $(100,1)$, 故 $x>100$ 时 $f(x)$ 与 $y=\log_{100}|x|$ 无交点;

由图知: $0<x<4$ 上 $f(x)$ 与 $y=\log_{100}|x|$ 有 1 个交点;

$4<x<100$ 上 $f(x)$ 的每个周期内与 $y=\log_{100}|x|$ 有两个交点, 共有 $24 \times 2=48$ 个交点;

当 $x<0$, $y=\log_{100}(-x)$ 过点 $(-100,1)$, 故 $x<-100$ 时 $f(x)$ 与 $y=\log_{100}|x|$ 无交点;

由图知: $-4<x<0$ 上 $f(x)$ 与 $y=\log_{100}|x|$ 有 3 个交点;

$-100<x<-4$ 上 $f(x)$ 的每个周期内与 $y=\log_{100}|x|$ 有两个交点, 共有 $24 \times 2=48$ 个交点;

综上, $y=f(x)-\log_{100}|x|$ 共有 $1+48+3+48=100$ 个零点, D 正确.

13. 7 或 8 或 9 或 10 (填上述 4 个数中任意一个均可)

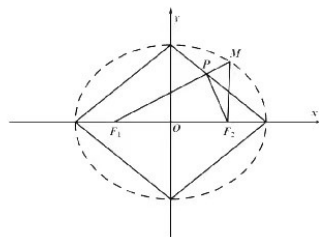
14. 50° 或填 $\frac{5\pi}{18}$

15. 10 【解】由 $C: \sqrt{\frac{x^2}{25}} + \sqrt{\frac{y^2}{16}} = 1$ 可得, $\frac{|x|}{5} + \frac{|y|}{4} = 1$

作出椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 和曲线 C 的图象如图所示:

则点 F_1 、 F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的左、右焦点, 延长 F_1P 交椭圆

于点 M , 则 $|PF_1| + |PF_2| \leq |PF_1| + |MP| + |MF_2| = |MF_1| + |MF_2| = 10$



16. $a \in \mathbf{R}$ 【解】当直线 $P_1P_2 \perp x$ 轴时, 直线 P_1P_2 与函数 $f(x)$ 的图象只有一个交点, 不符.

所以, 直线 P_1P_2 的斜率存在, $k_{P_1P_2} = \frac{x_1^3 + ax_1 - (x_2^3 + ax_2)}{x_1 - x_2} = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + a$,

$$k_{P_1P_3} = x_1^2 + x_1x_3 + x_3^2 + a = x_1^2 - x_1(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)^2 + a = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + a = k_{P_1P_2},$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + x_3) = 0$$

即 P_1 、 P_2 、 P_3 三点共线, 故对任意 $a \in \mathbf{R}$, $y = x^3 + ax$ 都是“零和共线函数”.

17. 【解】(1) 由 $a_{n+1} = 2\sqrt{S_n} + 1$, 得 $S_{n+1} - S_n = 2\sqrt{S_n} + 1$, 所以 $S_{n+1} = (\sqrt{S_n} + 1)^2$,

所以 $\sqrt{S_{n+1}} = \sqrt{S_n} + 1$, 即 $\sqrt{S_{n+1}} - \sqrt{S_n} = 1$.

在 $a_{n+1} = 2\sqrt{S_n} + 1$ 中, 令 $n=1$, 得 $a_2 = 2\sqrt{S_1} + 1 = 2\sqrt{a_1} + 1 = 3$, 所以 $a_1 = 1$.

所以数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是首项为 1, 公差为 1 的等差数列,

所以 $\sqrt{S_n} = n$, 即: $S_n = n^2$.

当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - (n-1)^2 = 2n-1$,

$a_1 = 1$ 也适合上式,

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n-1$.

(2) 由 (1) 知, $b_n = \frac{1}{4S_n - 1} = \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$,

所以 $T_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \right] = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) < \frac{1}{2}$,

因为 $b_n > 0$, 所以 T_n 随着 n 的增大而增大, 所以,

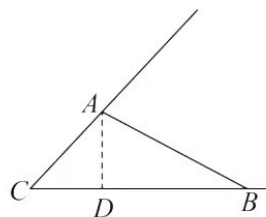
$$T_n \geq T_1 = \frac{1}{3}$$

即 T_n 的取值范围为 $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right)$.

18. 【解】(1) 过点 A 作 $AD \perp BC$ 交 BC 于 D .

设 $AD = x$ 米, $x > 0$, 则 $CD = x$ 米, $BD = \frac{3}{4}BC = \frac{3}{4} \times 4x = 3x$ 米.

在 $\triangle ABD$ 中, $\sin \angle CBA = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9x^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos \angle CBA = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.



$$\text{故 } \sin \angle CAB = \sin (\angle CBA + \angle ACB) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \angle CBA + \cos \angle CBA) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{10}}{10} + \frac{3\sqrt{10}}{10} \right) = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

(2) 设 $\angle CBA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$), 则 $BD = 6\cos\theta$ 米, $CD = AD = 6\sin\theta$ 米,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6\sin\theta \times (6\cos\theta + 6\sin\theta) = 9(2\sin\theta\cos\theta + 2\sin^2\theta)$$

$$= 9(\sin 2\theta + 1 - \cos 2\theta) = 9 + 9\sqrt{2}\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

因为 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 所以 $2\theta - \frac{\pi}{4} \in \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$,

所以, 当 $2\theta - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$, $\theta = \frac{3\pi}{8}$ 时, 该活动区域的面积取得最大值, 最大值为 $9 + 9\sqrt{2}$ 平方米.

19. 【解】(1) 因为 $PC \perp$ 平面 $ABCD$, $AC \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $PC \perp AC$.

因为 $AB = 2$, 由 $AD = CD = 1$, $AD \perp DC$ 且 $ABCD$ 是直角梯形,

$$\text{所以 } AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2}, BC = \sqrt{AD^2 + (AB - DC)^2} = \sqrt{2},$$

即 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 所以 $AC \perp BC$.

又 $PC \cap BC = C$, $PC \subset$ 平面 PBC , $BC \subset$ 平面 PBC ,

所以 $AC \perp$ 平面 PBC .

又 $AC \subset$ 平面 EAC ,

所以平面 $EAC \perp$ 平面 PBC .

(2) 因为 $PC \perp$ 平面 $ABCD$, $BC \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $PC \perp BC$.

又由 (1) 知 $AC \perp BC$, $PC \cap AC = C$,

所以 $BC \perp$ 平面 PAC , 所以 $\angle BPC$ 即为直线 PB 与平面 PAC 所成角.

$$\text{所以 } \sin \angle BPC = \frac{BC}{PB} = \frac{\sqrt{2}}{PB} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 所以 } PB = \sqrt{6}, \text{ 则 } PC = 2$$

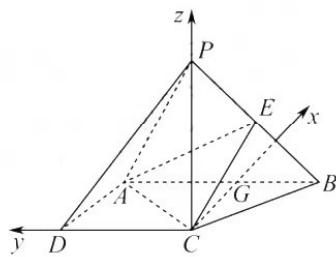
取 AB 的中点 G , 连接 CG , 以点 C 为坐标原点, 分别以 $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CP}$

为 x 轴, y 轴, z 轴正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系,

$$\text{则 } C(0,0,0), P(0,0,2), A(1,1,0), B(1,-1,0), E\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1\right),$$

$$\therefore \overrightarrow{CA} = (1,1,0), \overrightarrow{CP} = (0,0,2), \overrightarrow{CE} = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$\text{设 } \vec{m} = (x_1, y_1, z_1) \text{ 为平面 } PAC \text{ 的法向量, 则 } \begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{CA} = x_1 + y_1 = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{CP} = 2z_1 = 0 \end{cases},$$



令 $x_1 = 1$, 得 $z_1 = 0$, $y_1 = -1$, 得 $\vec{m} = (1, -1, 0)$ (或 $\vec{CB}$)

设 $\vec{n} = (x_2, y_2, z_2)$ 为平面 ACE 的法向量,

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{CA} = x_2 + y_2 = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{CE} = \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}y_2 + z_2 = 0 \end{cases}, \text{ 令 } x_2 = 1, \text{ 则 } y_2 = -1, z_2 = -1, \text{ 得 } \vec{n} = (1, -1, -1).$$

$$\text{所以 } \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{1 \times 1 + (-1) \times (-1) + 0 \times (-1)}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

由图知所求二面角为锐角, 所以二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

20. 【解】(1) 每个芯片智能检测中安全检测、电池检测、性能检测三项指标达标的概率

分别记为 P_1, P_2, P_3 , 并记芯片智能检测不达标为事件 A .

在智能检测生产线上任取一件新产品, 该项指标达标的概率,

$$\text{则有 } P_1 = \frac{99}{100}, P_2 = \frac{98}{99}, P_3 = \frac{97}{98},$$

$$\text{由对立事件的性质及事件独立性的定义得: } P(A) = 1 - P_1 P_2 P_3 = 1 - \frac{99}{100} \times \frac{98}{99} \times \frac{97}{98} = \frac{3}{100},$$

所以每个芯片智能检测不达标的概率为 $\frac{3}{100}$.

(2) 人工抽检 30 个芯片恰有 1 个不合格品的概率为 $\varphi(p) = C_{30}^1 p^1 (1-p)^{29}$ ($0 < p < 1$),

$$\text{因此 } \varphi'(p) = C_{30}^1 [(1-p)^{29} - 29p(1-p)^{28}] = C_{30}^1 (1-p)^{28} (1-30p)$$

$$\text{令 } \varphi'(p) = 0, \text{ 得 } p = \frac{1}{30}.$$

当 $p \in \left(0, \frac{1}{30}\right)$ 时, $\varphi'(p) > 0$; 当 $p \in \left(\frac{1}{30}, 1\right)$ 时, $\varphi'(p) < 0$.

则 $\varphi(p)$ 在 $\left(0, \frac{1}{30}\right)$ 上单调递增, 在 $\left(\frac{1}{30}, 1\right)$ 上单调递减,

所以 $\varphi(p)$ 有唯一的极大值点 $p_0 = \frac{1}{30}$.

(3) 设芯片人工抽检达标为事件 B , 工人在流水线进行人工抽检时, 抽检一个芯片恰为合格品概率为 $P(B|\bar{A}) = 1 - p = \frac{29}{30}$, 由 (1) 得: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{97}{100}$,

$$\text{所以 } P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{29}{30} \times \frac{97}{100} \approx 93.8\% < 96\%,$$

因此, 该企业需对生产工序进行改良.

21. 【解】(1) 由题意得 $M(-a, 0), N(a, 0)$, 设点 $P(x_1, y_1)$.

答案第 5 页, 共 7 页

$$\text{则 } k_1 = \frac{y_1}{x_1 + a}, k_2 = \frac{y_1}{x_1 - a}, k_1 \cdot k_2 = \frac{y_1}{x_1 + a} \cdot \frac{y_1}{x_1 - a} = \frac{y_1^2}{x_1^2 - a^2} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{因为点 } P \text{ 是双曲线上的点, 则 } \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = 1, \therefore \frac{y_1^2}{x_1^2 - a^2} = \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{3}, \therefore a^2 = 3b^2,$$

$$\text{又, } b=1, \therefore a^2=3, \text{ 即双曲线 } C \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{3} - y^2 = 1.$$

(2) 设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 则 $x_1 > 0, y_1 > 0$, 且

$$\tan \angle MPN = -\tan(\angle PMN + \angle PNM) = -\frac{\tan \angle PMN + \tan \angle PNM}{1 - \tan \angle PMN \cdot \tan \angle PNM},$$

$$\text{又 } \tan \angle PMN = k_{PM} = \frac{y_1}{x_1 + \sqrt{3}}, \tan \angle PNM = -k_{PN} = \frac{-y_1}{x_1 - \sqrt{3}},$$

故

$$\tan \angle MPN = -\frac{\frac{y_1}{x_1 + \sqrt{3}} - \frac{y_1}{x_1 - \sqrt{3}}}{1 + \frac{y_1}{x_1 + \sqrt{3}} \times \frac{y_1}{x_1 - \sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}y_1}{x_1^2 + y_1^2 - 3} = \frac{2\sqrt{3}y_1}{4y_1^2} = \frac{\sqrt{3}}{2y_1}$$

$$\text{同理可得 } \tan \angle MQN = -\frac{\sqrt{3}}{2y_2}, \frac{\tan \angle MPN}{\tan \angle MQN} = \frac{1}{2} = -\frac{y_2}{y_1}, \text{ 即 } y_1 = -2y_2,$$

则直线 l 的斜率大于 0,

$$\text{由 (1) 可知 } F(2, 0), \text{ 设直线 } l: x = my + 2 (m > 0), \text{ 联立 } \begin{cases} x = my + 2 \\ \frac{x^2}{3} - y^2 = 1 \end{cases},$$

$$\text{化简得 } (m^2 - 3)y^2 + 4my + 1 = 0,$$

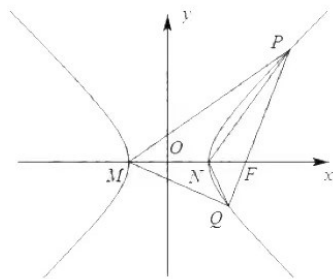
$$\text{则 } m^2 - 3 \neq 0, \Delta = 16m^2 - 4(m^2 - 3) = 12m^2 + 12 > 0,$$

$$\text{故 } y_1 + y_2 = \frac{-4m}{m^2 - 3}, y_1 y_2 = \frac{1}{m^2 - 3} < 0,$$

$$\therefore m^2 < 3, \because y_1 = -2y_2 > 0, \text{ 代入韦达定理得 } \begin{cases} y_1 + y_2 = \frac{-4m}{m^2 - 3} = -y_2 \\ y_1 y_2 = \frac{1}{m^2 - 3} = -2y_2^2 \end{cases},$$

$$\text{所以 } -2\left(\frac{-4m}{m^2 - 3}\right)^2 = \frac{1}{m^2 - 3}, \text{ 解得 } m = \frac{\sqrt{11}}{11} \text{ 或 } m = -\frac{\sqrt{11}}{11} \text{ (舍去)},$$

$$\text{所以直线 } l \text{ 的方程为 } \sqrt{11}x - y - 2\sqrt{11} = 0.$$



$$\text{另解 } \tan \angle MPN = \frac{\frac{1}{2} |PM| |PN| \sin \angle MPN}{\frac{1}{2} |PM| |PN| \cos \angle MPN} = \frac{2S_{\triangle MPN}}{PM \cdot PN} = \frac{\sqrt{3}}{2y_1}$$

22. 【解】(1) 由 $f'(x) \leq a$ 得 $\ln x + a(1-x) \leq a$, $a \geq \frac{\ln x}{x}$,

设 $h(x) = \frac{\ln x}{x}$, 则 $h'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$, 由 $h'(x) = 0$ 得 $x_1 = e$

若 $0 < x < e$ 时, $h'(x) > 0$, $h(x)$ 在 $(0, e)$ 上单调递增,

若 $x > e$ 时, $h'(x) < 0$, $h(x)$ 在 $(e, +\infty)$ 上单调减;

所以 $h(x) \leq h(e) = \frac{1}{e}$, 所以 $a \geq \frac{1}{e}$

(2) 假设存在 $a > 0$, 使得切线 l_1 和 l_2 的斜率互为倒数.

设 $g(x) = e^x$, 则 $f'(x) = \frac{1}{x} - a$, $g'(x) = e^x$,

设 $g(x)$ 的切线方程是 $y = kx$, 则 $e^x = k$, 显然 $k > 0$, $x = \ln k$, 切点为 $(\ln k, k)$,

于是 $\frac{k}{\ln k} = k$, 解得 $k = e$,

所以 l_2 的斜率为 e , 于是 l_1 的斜率为 $\frac{1}{e}$

设 $f(x)$ 的切点坐标为 (x_0, y_0) , 由 $\frac{1}{x_0} - a = \frac{1}{e}$, $x_0 = \frac{e}{ae+1}$,

又 $\frac{f(x_0)}{x_0} = \frac{1}{e}$, 所以 $\ln \frac{e}{ae+1} + a(1 - \frac{e}{ae+1}) = \frac{1}{e} \times \frac{e}{ae+1}$, 整理得 $a = \ln(ae+1)$,

设 $G(x) = \ln(ex+1) - x$ ($x > 0$), $G'(x) = \frac{e}{ex+1} - 1 = \frac{e-1-ex}{ex+1}$,

当 $0 < x < \frac{e-1}{e}$ 时, $G'(x) > 0$, $G(x)$ 递增, 而 $G(0) = 0$, 所以 $G(\frac{e-1}{e}) > 0$,

$x > \frac{e-1}{e}$ 时, $G'(x) < 0$, $G(x)$ 递减, 又 $G(e^3) = \ln(e^4+1) - e^3 < 5 - 8 < 0$,

所以存在 $x_0 \in (\frac{e-1}{e}, e^3)$, 使得 $G(x_0) = 0$, 因此关于 a 的方程 $a = \ln(ae+1)$ 有正数解.

所以存在 $a > 0$, 使得切线 l_1 和 l_2 的斜率互为倒数.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线