

# 高三年级 2022~2023 学年 4 月份模拟考

## 数 学

全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

### 注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。来源:高三答案公众号
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回。
4. 本卷主要考查内容:高考范围。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 > 0\}$ , 集合  $B = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 4\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $\{x | 2 < x \leq 4\}$       B.  $\{2, 3, 4\}$       C.  $\{3, 4\}$       D.  $\emptyset$
2. 已知  $a = 2022^{\frac{1}{2023}}$ ,  $b = \left(\frac{1}{2023}\right)^{2022}$ ,  $c = \log_{2022} \frac{1}{2023}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是  
A.  $a > b > c$       B.  $a > c > b$       C.  $b > a > c$       D.  $c > b > a$
3. 已知  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ , 则  $\frac{2}{\sin 2\alpha} =$   
A.  $\frac{5}{4}$       B.  $\frac{5}{2}$       C. 2      D. 5
4. 设公差为零的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_4 = \frac{1}{2}a_5$ , 则  $\frac{S_9}{S_4} =$   
A. 15      B. 1      C. -1      D. -9
5. 随着我国经济的迅猛发展,人们对电能的需求愈来愈大,而电能所排放的气体会出现全球气候变暖的问题,这在一定程度上威胁到了人们的健康。所以,为了提高火电厂一次能源的使用效率,有效推动社会的可持续发展,必须对火电厂节能减排技术进行深入的探讨。火电厂的冷却塔常用的外形之一就是旋转单叶双曲面,它的优点是对流快、散热效果好,外形可以看成是双曲线的一部分绕其虚轴旋转所形成的曲面(如图 1)。某火电厂的冷却塔设计图纸比例(长度比)为 1:40(图纸上的尺寸单位:m),图纸中单叶双曲面的方程为  $x^2 + y^2 - \frac{1}{4}z^2 = 1 (-2 \leq z \leq 1)$ (如图 2),则该冷却塔占地面积为



图 1

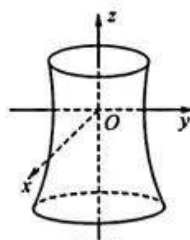


图 2

A.  $2800\pi \text{ m}^2$

B.  $3000\pi \text{ m}^2$

C.  $3200\pi \text{ m}^2$

D.  $4800\pi \text{ m}^2$

【高三数学 第 1 页(共 4 页)】

6. 已知正实数  $a, b$ , 则“ $2a+b=4$ ”是“ $ab \geq 2$ ”的

- A. 必要不充分条件  
B. 充分不必要条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件

7. 如图, 有 8 个不同颜色的正方形盒子组成的调味盒, 现将编号为  $A, B, C, D$  的 4 个盖子盖上一个盖子配套一个盒子), 要求  $A, B$  不在同一行也不在同一列,  $C, D$  也是此要求. 那么不同的盖法总数为

1	2	3	4
5	6	7	8

- A. 224  
B. 336  
C. 448  
D. 576

8. 已知偶函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) - \cos(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 在  $(0, 2)$  上有且仅有一个极大值点, 没有极小值点, 则  $\omega$  的取值范围为

- A.  $(\frac{\pi}{2}, \pi]$   
B.  $(\pi, \frac{3\pi}{2}]$   
C.  $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$   
D.  $(2\pi, 4\pi]$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 若复数  $z$  满足  $z(2+i) = 1-i^{2023}$ , 则

- A.  $z$  的虚部为  $\frac{3}{5}$   
B.  $\bar{z} = \frac{3}{5} - \frac{i}{5}$   
C.  $|z| = \frac{\sqrt{10}}{5}$   
D.  $z$  在复平面内对应的点位于第四象限

10. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $y = f(x)$  对任意的  $x \in \mathbf{R}$  有  $f(x+2) = -f(x)$ , 当  $-1 \leq x \leq 1$  时,

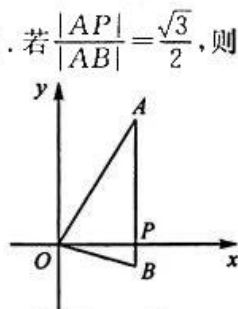
$f(x) = ax (a \geq 1)$ . 函数  $g(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ \ln(x+1), & x \geq 0. \end{cases}$  则下列结论正确的是

- A. 函数  $f(x)$  是周期为 4 的函数  
B. 函数  $g(x)$  在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递减  
C. 当  $a=1$  时, 方程  $f(x) = g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上有 2 个不同的实数根  
D. 若方程  $f(x) = g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上有 4 个不同的实数根, 则  $a \geq \ln 6$

11. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 线段  $AB$  过点  $P(1, 0)$ , 且  $|AO| = |AB|$ . 若  $\frac{|AP|}{|AB|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 则

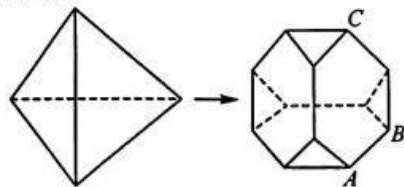
下列说法正确的是

- A. 点  $A$  的轨迹是一个圆  
B.  $\angle AOP$  的最大值为  $\frac{\pi}{3}$   
C. 当  $A, O, B$  三点不共线时,  $\triangle ABO$  面积的最大值为 2  
D.  $|\vec{AP}|$  的最小值为  $2\sqrt{3} - 2$



12. 半正多面体亦称“阿基米德体”, 是由边数不全相同的正多边形为面的多面体. 如图, 将正四面体每条棱三等分, 截去顶角所在的小正四面体, 得到一个有八个面的半正多面体. 点  $A, B, C$  是该多面体的三个顶点, 且棱长  $AB=2$ , 则下列结论正确的是

- A. 该多面体的表面积为  $24\sqrt{3}$   
B. 该多面体的体积为  $\frac{46\sqrt{2}}{3}$   
C. 该多面体的外接球的表面积为  $22\pi$   
D. 若点  $M$  是该多面体表面上的动点, 满足  $CM \perp AB$  时, 点  $M$  的轨迹长度为  $4 + 4\sqrt{3}$



三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知  $|a|=2, |b|=2\sqrt{3}, a \cdot b=-4$ , 则  $|a+b| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
14. 已知函数  $f(x)=f'(1)e^x-x$ , 则  $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
15. 中医药,是包括汉族和少数民族医药在内的我国各民族医药的统称,是反映中华民族对生命、健康和疾病的认识,具有悠久历史传统和独特理论及技术方法的医药学体系,是中华民族的瑰宝.某科研机构研究发现,某品种中医药的药物成分甲的含量  $x$ (单位:克)与药物功效  $y$ (单位:药物单位)之间具有关系  $y=10x-x^2$ . 检测这种药品一个批次的 6 个样本,得到成分甲的平均值为 6 克,标准差为 2,则估计这批中医药的药物功效的平均值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
16. 把一条线段分割为两部分,使较大部分与全长的比值等于较小部分与较大的比值,则这个比值即为黄金分割.黄金分割具有严格的比例性、艺术性、和谐性,蕴藏着丰富的美学价值,这一比值能够引起人们的美感,被认为是建筑和艺术中最理想的比例,若椭圆的离心率为此比值,则称该椭圆为“黄金椭圆”.若“黄金椭圆” $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  为椭圆  $C$  上异于顶点的任意一点,  $\angle F_1PF_2$  的平分线交线段  $F_1F_2$  于点  $A$ , 则  $\frac{|PF_1|}{|F_1A|} = \underline{\hspace{2cm}}$ . 来源:高三答案公众号

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且满足  $a_1=1, 2S_{n+1}=S_n+2$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

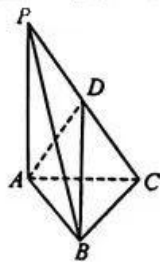
(2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = a_n + \frac{1}{a_n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA \perp$  底面  $ABC$ ,  $PC=2AC=2AB=4$ ,  $D$  为  $PC$  中点,且  $BD \perp AC$ .

(1) 求  $BC$  的长;

(2) 求锐二面角  $A-BD-C$  的余弦值.

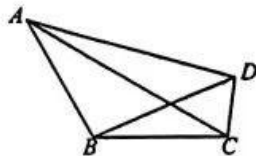


19. (本小题满分 12 分)

如图,在四边形  $ABCD$  中,已知  $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}, \angle BDC = \frac{\pi}{3}, AB=BC=7\sqrt{3}$ .

(1) 若  $BD=5\sqrt{3}$ , 求  $AD$  的长;

(2) 求  $\triangle ABD$  面积的最大值.



20. (本小题满分 12 分)

周末可以去哪里? 带着挖沙桶、皮球、滑板车和野餐垫, 踩踩沙滩、在草地上跑累了随手拿起野餐垫上的蛋糕往嘴巴里塞, 沙滩和野餐没有哪个家庭会拒绝的. 小芸正在考虑购买一些物品, 和父母一起在本周末去离家不远的度假村游玩. 买挖沙桶需要 40 元, 买皮球需要 60 元, 买野餐垫需要 100 元, 假设是否购买相互独立, 小芸购买三种物品的概率依次为  $p_1, p_2, \frac{1}{3}$ , 只不购买野餐垫的概率为  $\frac{1}{6}$ , 至少购买一件物品的概率为  $\frac{5}{6}$ .

- (1) 求小芸恰好购买两件物品的概率;
- (2) 求小芸购买物品的总金额  $X$  的分布列和数学期望.

21. (本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  过点  $A(t, 2)$ , 抛物线  $C$  的准线与  $x$  轴的交点为  $B$ , 且  $|AB| = 2\sqrt{2}$ .

- (1) 求抛物线  $C$  的标准方程;
- (2) 过点  $B$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  交于  $E, F$  两点 (异于点  $A$ ), 若直线  $EA, FA$  分别交准线于点  $M, N$ , 求  $\frac{|BM|}{|BN|}$  的值.

22. (本小题满分 12 分)

已知定义在  $(-\frac{\pi}{2}, +\infty)$  上的函数  $f(x) = (x-k)\sin x$ .

- (1) 若曲线  $y = f(x)$  在点  $(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2}))$  处的切线与两坐标轴所围成的三角形的面积为 2, 求  $k$  的值;
- (2) 将  $f(x)$  的所有极值点按照从小到大的顺序排列构成数列  $\{x_n\}$ , 若  $x_1, x_2, x_3$  成等差数列, 求  $k$  的值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线