宜宾市 2020 级高三第一次诊断性试题（参考答案）

数 学（文史类）

注意：

一、本解答给出了一种解法仅供参考，如果考生的解法与本解答不同，可比照评分意见制订相应的评分细则.

二、对解答题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半，如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分.

一、选择题：**本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分.**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	D	A	A	B	C	C	B	A	C	B

二、填空题：**本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13. 5；　14. 6；　15. 4；　16. 1.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 解：（1）供电量与需求量的比值由小到大排列，第 5 个数，第 6 个数分别为 0.85, 0.87　……2 分

$\therefore$ 所求中位数 $=\dfrac{0.85+0.87}{2}=0.86$　……4 分

（2）2×2 列联表

	不受影响	受影响	合计
A 区	7	3	10
B 区	4	6	10
合计	11	9	20

……6 分

$K^2=\dfrac{20(7\times6-4\times3)^2}{11\times9\times10\times10}=\dfrac{20}{11}\approx1.818<3.841$，　……10 分

$\therefore$ 没有 95% 的把握认为生产有影响与企业所在区有关　……12 分

18. 解：（1）$\because \dfrac{c\sin C}{\sin A}-c=\dfrac{b\sin B}{\sin A}-a$，$\therefore \dfrac{c^2}{a}-c=\dfrac{b^2}{a}-a$，$\therefore a^2+c^2-ac=b^2$，　……2 分

$\because a=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，$b=2$，$\therefore \dfrac{2}{3}+c^2-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}c=4$，则 $3c^2-2\sqrt{3}c-8=0$，　……4 分

$\because c>0, \therefore c=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$　……5 分

$\therefore \Delta ABC$ 的周长 $=a+b+c=\dfrac{4}{\sqrt{3}}+2+\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2+2\sqrt{3}$　……6 分

（2）由(1)知 $a^2+c^2-ac=b^2$，$\therefore \cos B=\dfrac{1}{2}$，$a^2+c^2-ac=4$ ①　……8 分

$\because AC$ 边的中点为 D，$\therefore \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=2\overrightarrow{BD}$，$\therefore \overrightarrow{BC}^2+\overrightarrow{BA}^2+2\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=4\overrightarrow{BD}^2$，

$\therefore a^2+c^2+2ac\cdot\cos B=4|BD|^2$，$\therefore a^2+c^2+ac=9$ ②， ……10 分

由①②得 $ac=\frac{5}{2}$， $\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{5\sqrt{3}}{8}$ ……12 分

19．解：（1）通过 2 次传接球后，(x,y) 的结果：(乙,甲),(乙,丙),(丙,甲),(丙,乙) ……4 分

（2）三次传接球，接球的结果： (乙,甲,乙),(乙,甲,丙),(乙,丙,甲),(乙,丙,乙),(丙,甲,乙),(丙,甲,丙),

(丙,乙,甲),(丙,乙,丙) 共 8 种，它们是等可能的， ……8 分

其中球正好在乙处的结果有 3 种

∴第 3 次传接球后，球正好在乙处的概率 $=\frac{3}{8}$ ……12 分

20．解：（1）当 $n=1$ 时， $S_1=2a_1-\frac{3}{2}+\frac{9}{2}-2$，$\because S_1=a_1$，$\therefore a_1=-1$， ……2 分

当 $n\geq 2$ 时， $S_n=2a_n-\frac{3}{2}n^2+\frac{9}{2}n-2$ ①，

$S_{n-1}=2a_{n-1}-\frac{3}{2}(n-1)^2+\frac{9}{2}(n-1)-2$ ②

由②-①，得 $a_n=2a_n-2a_{n-1}-3n-6$，$\therefore a_n+3n=2[a_{n-1}+3(n-1)]$ ……4 分

$\because a_1+3\times 1=2$，$\therefore a_n+3n\neq 0$，$\therefore \frac{a_n+3n}{a_{n-1}+3(n-1)}=2$，

$\therefore \{a_n+3n\}$ 是一个以 2 为首项，公比为 2 的等比数列． ……6 分

（2） $a_n+3n=2\times 2^{n-1}=2^n$， $b_n=n\cdot 2^n$

$T_n=1\times 2^1+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+n\times 2^n$ ①

$2T_n=\quad 1\times 2^2+2\times 2^3+\cdots+(n-1)\times 2^n+n\times 2^{n+1}$ ② ……8 分

由①-②，得 $-T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\times 2^{n+1}=\frac{2(1-2^n)}{1-2}-n\cdot 2^{n+1}=-(n-1)\cdot 2^{n+1}-2$ ……11 分

$\therefore T_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$ ……12 分

21．解：（1） $f(x)$ 定义域 $(0,+\infty)$， $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x^2}$， ……1 分

由 $f'(x)>0$ 得，$x>1$；由 $f'(x)<0$ 得 $0<x<1$

则 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递减，在 $(1,+\infty)$ 单调递增 ……3 分

∴ $f(x)\geqslant f(1)=1$，得证． ……4 分

（2）由（1）得 $1-\frac{1}{x}\leqslant \ln x$，令 $x=\frac{n}{n-1}$，$n\geqslant 2$，则 $1-\frac{1}{x}=\frac{1}{n}$，∴ $\frac{1}{n}<\ln\frac{n}{n-1}$ ……6 分

$\therefore \frac{1}{2}<\ln\frac{2}{1},\frac{1}{3}<\ln\frac{3}{2},\frac{1}{4}<\ln\frac{4}{3},\cdots,\frac{1}{n}<\ln\frac{n}{n-1}$

$\therefore \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}<\ln\frac{2}{1}+\ln\frac{3}{2}+\ln\frac{4}{3}+\cdots+\ln\frac{n}{n-1}=\ln n$ ……8 分

下面证明 $x\geqslant 2$ 时，$g(x)\geqslant \ln x$，

令 $h(x)=g(x)-\ln x=\frac{x-1}{\sqrt{x}}-\ln x=x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}-\ln x, x>0$

则 $h'(x)=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}-\frac{1}{x}=\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}(x-2x^{\frac{1}{2}}+1)=\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}(x^{\frac{1}{2}}-1)^2\geqslant 0$

$\therefore h(x)$ 在 $(0,\infty)$ 上单调增， ……12 分

$\because h(1)=0, \therefore h(2)>0, \therefore x\geqslant 2$ 时，$h(x)>0$，

$\therefore n\geqslant 2$ 时，$g(n)>\ln n$，

$\therefore \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}<g(n)$ ……12 分

22．解：（1）由 $\begin{cases} x=\frac{2\sqrt{3}t}{1+t^2} \\ y=\frac{2\sqrt{3}}{1+t^2} \end{cases}$ 得，$y\in(0,2\sqrt{3}), t=\frac{x}{y}$，

代入 $y=\frac{2\sqrt{3}}{1+t^2}$，得 C 的普通方程为 $x^2+y^2-2\sqrt{3}y=0, y\in(0,2\sqrt{3})$， ……3 分

C 的极坐标方程为 $\rho^2-2\sqrt{3}\rho\sin\theta=0, \rho\neq 0$

化简得：$\rho-2\sqrt{3}\sin\theta=0, \rho\neq 0$ ……5 分

（2）l 的参数方程为 $\begin{cases} x=-3+\frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=\frac{1}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数，$t\in R$）， ……6 分

代入 $x^2+y^2-2\sqrt{3}y=0, y\in(0,2\sqrt{3})$，得到 $t^2-4\sqrt{3}t+9=0$， ……7 分

$\therefore \Delta=48-36=12, t_A+t_B=4\sqrt{3}$，$t_At_B=9$，

$\therefore |PA|+|PB|=t_A+t_B=4\sqrt{3}, |AB|=\frac{\sqrt{\Delta}}{1}=2\sqrt{3}$． ……9 分

$\therefore |PA|+|PB|=2|AB|$，$\therefore |PA|, |AB|, |PB|$ 成等差数列 ……10 分

23．解：（1）$f(x)=|x-2|+|x+1|+1$

由 $f(x)<6$，得 $\begin{cases} x<-1, \\ 2-x-x-1+1<6, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -1\leqslant x\leqslant 2, \\ 2-x+x+1+1<6, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x>2, \\ x-2+x+1+1<6, \end{cases}$ ……3 分

即 $-2<x<-1$ 或 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 或 $2<x<3$

$\therefore f(x)<6$ 的解集为 $(-2,3)$， ……5 分

（2） $f(x)\geqslant |(x-2a)-(x+b)|+c=2a+b+c$， ……6 分

当 $x=2a$ 时取等号， $f(x)_{min}=2a+b+c=7$ ……7 分

由柯西不等式得 $\sqrt{a}+\sqrt{b+1}+\sqrt{c+2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{2a}+\sqrt{b+1}+\sqrt{c+2}$

$$\leqslant\sqrt{\frac{1}{2}+1+1}\sqrt{2a+(b+1)+(c+2)}=5$$ ……9 分

当 $\frac{\sqrt{2a}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{b+1}=\sqrt{c+2}$，即 $a=1,b=3,c=2$ 时取等号，

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{b+1}+\sqrt{c+2}$ 的最大值为 5． ……10 分

关于我们