

2022—2023 学年度(下)联合体高一期末检测

数 学

(满分:150 分 考试时间:120 分钟)

审题人:36 中 杨晓廷

注意事项:

1. 答题时,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上.
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其他答案标号.
3. 答非选择题时,必须使用黑色墨水笔或黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上,写在试题卷、草稿纸上无效.
4. 考试结束后,将试题卷和答题卡一并交回.

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、单选题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题所给的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的)

1. $\cos 1560^\circ$ 的值为

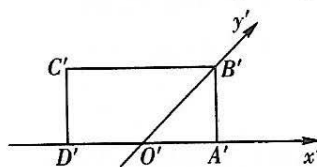
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知 i 为虚数单位,复数 $z = \frac{2-i}{2+i}$ ($a \in \mathbf{R}$),则它的共轭复数 $\bar{z}$ 为

- A. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ B. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ C. $1 + \frac{4}{5}i$ D. $1 - \frac{4}{5}i$

3. 如图,一个水平放置的四边形 $ABCD$ 的斜二测画法的直观图是矩形 $A'B'C'D'$, $O'A' = 4$, $A'B' = 3$, O' 是 $A'D'$ 的中点,则原四边形 $ABCD$ 的面积是

- A. 20
B. 40
C. 80
D. 160



4. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{2}{5}$,则 $\tan\left(\frac{5\pi}{6} - \alpha\right) =$

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

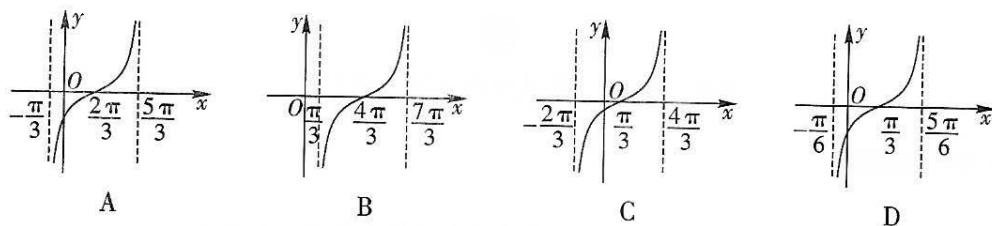
5. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 1, $A = \frac{\pi}{3}$,则 $AC \cdot \cos C + AB \cdot \cos B =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

6. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2$, $|b| = \sqrt{2}$, $a \cdot b = -2$,设 a 与 $a+b$ 的夹角为 θ ,则 $\cos \theta =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 函数 $f(x) = \tan\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图象是 ()



8. 龙洗是我国著名的文物之一,因盆内有龙纹故称龙洗,为古代皇宫盥洗用具,其盆体可以近似看作一个圆台.如图,现有一龙洗盆高 15 cm,盆口直径为 40 cm,盆底直径为 20 cm.往盆内倒入水,当水深 6 cm 时,盆内水的体积近似为 ()

- A. $581\pi \text{ cm}^3$ B. $872\pi \text{ cm}^3$
C. $1152\pi \text{ cm}^3$ D. $1436\pi \text{ cm}^3$



二、多选题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题所给的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分)

9. 已知 i 为虚数单位,下列说法正确的是 ()

- A. $i+i^2+i^3+i^4=0$
B. $|2+i|=2$
C. 若 $z=(1-2i)^2$,则 z 的虚部为 4
D. 已知复数 z 满足 $|z|=2$,则复数 z 在复平面内对应点的集合是以 O 为圆心、以 2 为半径的圆

10. 已知 A, B 为点, l, m, n 为直线, α, β 为平面,则下列命题成立的是 ()

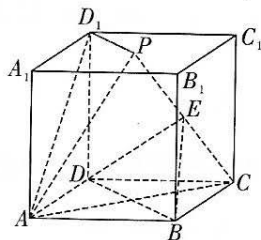
- A. 若 $m \perp l, n \perp l$,则 $m \parallel n$ B. 若 $m \perp \alpha, m \parallel n, n \parallel \beta$,则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $A \in l, B \in l$,且 $A \in \alpha, B \in \alpha$,则 $l \subset \alpha$ D. 若 $m \perp n, m \subset \alpha, n \subset \beta$,则 $\alpha \perp \beta$

11. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,下列说法正确的是 ()

- A. 若 $A > B$,则 $\sin A > \sin B$
B. 若 $b = a \cos C + c \sin A$,则 $A = 45^\circ$
C. 若 $\left(\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} + \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|}\right) \cdot \vec{BC} = 0$,则 $B = C$
D. 若 $a = 4, B = \frac{\pi}{6}$,符合条件的 $\triangle ABC$ 只有一个,则 $2 < b < 4$

12. 如图,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, P 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, E 是 PC 的中点,则以下结论正确的是 ()

- A. $BD \perp$ 平面 PAC
B. 平面 $PAD_1 \parallel$ 平面 BDE
C. 三棱锥 $D-BCE$ 的体积为 $\frac{1}{12}$
D. 异面直线 PC 与 AB 所成的角为 45°



第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 若 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

14. 已知复数 $z_1 = 3+i$, $z_2 = -1+3i$ (i 为虚数单位) 在复平面上对应的点分别为 Z_1, Z_2 , 则 $\overrightarrow{OZ_1} \cdot \overrightarrow{OZ_2} =$ _____.

15. 海洋蓝洞是地球上罕见的自然地理现象,被喻为“地球留给人类保留宇宙秘密的最后遗产”.若要测量如图1所示的蓝洞的口径 A, B 两点间的距离,现在珊瑚群岛上取两点 C, D ,测得 $CD=80$, $\angle ADB=135^\circ$, $\angle BDC=\angle DCA=15^\circ$, $\angle ACB=120^\circ$,其示意图如图2,则 A, B 两点间的距离为 _____.

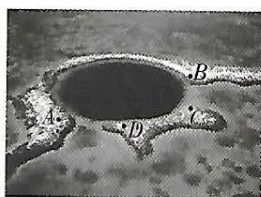


图1

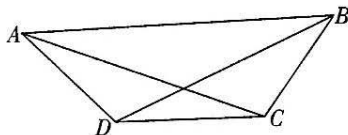


图2

16. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 $\sqrt{3}$ 的正方形,且 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA=\sqrt{3}$,点 M 为线段 PC 上的动点(不包含端点),则当三棱锥 $M-BCD$ 的外接球的体积最小时, CM 的长为 _____.

四、解答题(本大题共6小题,共70分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

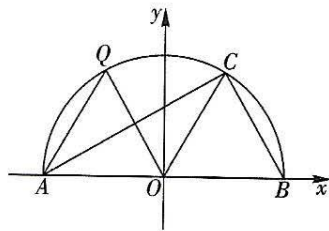
17. (10分) 已知复数 $z = (m^2 - m - 20) + (m^2 + 2m - 35)i$, $m \in \mathbf{R}$.

- (1) 若复数 z 为纯虚数,求实数 m 的值;
- (2) 当 $m=3$ 时,求 $iz + \bar{z}$.

18. (12分) 如图, AB 为半圆 O 的直径,且 $AB=2$, C 为 $\widehat{AB}$ 上一点(不含端点).建立平面直角坐标系,设 $\angle COB = \alpha$, $\alpha \in (0, \pi)$.

- (1) 用向量的方法证明 $AC \perp BC$;

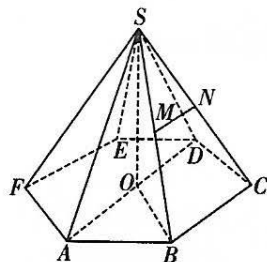
- (2) 若 C 是 $\widehat{AB}$ 上更靠近点 B 的三等分点, Q 为 $\widehat{AC}$ 上的任意一点(不含端点),求 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的最大值.



19. (12分) 如图, 在正六棱锥 $S-ABCDEF$ 中, O 为底面中心, $SO=8$, $OB=4$.

(1) 若 M, N 分别是棱 SB, SC 的中点, 证明: $MN \parallel$ 平面 SAD ;

(2) 若该正六棱锥的顶点都在球 Q 的表面上, 求球 Q 的表面积和体积.



20. (12分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $2b \sin A = a \tan B$.

(1) 求角 B ;

(2) 若 $a+c=4$, 求 $\triangle ABC$ 周长的最小值, 并求出此时 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (12分) 已知向量 $\mathbf{a} = (\cos x, \cos x)$, $\mathbf{b} = (\cos x, \sqrt{3} \sin x)$, 函数 $f(x) = 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期、值域;

(2) 对任意实数 x_1, x_2 , 定义 $\max\{x_1, x_2\} = \begin{cases} x_1, & x_1 \geq x_2 \\ x_2, & x_1 < x_2 \end{cases}$, 设 $g(x) = \max\{\sqrt{3} a \sin x, a \cos x\}$, $x \in \mathbf{R}$,

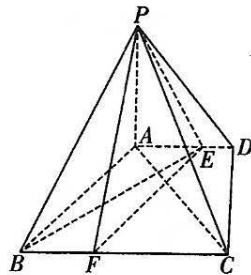
a 为大于 0 的常数, 若对于任意 $x_1 \in \mathbf{R}$, 总存在 $x_2 \in \mathbf{R}$, 使得 $g(x_1) = f(x_2)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22. (12分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $\angle ADC = 90^\circ$,

$AD \parallel BC$, $AB \perp AC$, $AB = AC = \sqrt{2}$, 点 E 在 AD 上, 且 $AE = 2ED$.

(1) 已知点 F 在 BC 上, 且 $CF = 2FB$, 证明: 平面 $PEF \perp$ 平面 PAC ;

(2) 求点 D 到平面 PAB 的距离.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线