

## 江西省上饶市六校 2023 届高三第一次联考 理科数学试题

命题学校：上饶市二中    命题人：袁小雪 沈国锋  
全卷满分：150 分    考试时间：120 分钟

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上相应的位置。
2. 全部答案在答题卡上完成，答在本试卷上无效。
3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案用 0.5mm 黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。）请将答案写在答题卡内。）

1. 已知  $P = \{x | x = 2k - 1, x \in N\}$ ,  $Q = \{x | \log_2 x \leq 2\}$ , 则  $P \cap Q = ( \quad )$   
 A.  $\{-1, 1, 3\}$                       B.  $\{1, 3\}$                       C.  $\{0, 2, 4\}$                       D.  $\{2, 4\}$
2. 若  $z \cdot \bar{z} = 10$ , 则  $z$  可能为 (    )  
 A.  $8 - 6i$                       B.  $10 + i$                       C.  $8 + 2i$                       D.  $3 + i$
3. 用一平面去截一长方体, 则截面的形状不可能是 (    )  
 A. 四边形                      B. 五边形                      C. 六边形                      D. 七边形
4.  $\triangle ABC$  的内角 A、B、C 的对边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 已知  $B = \frac{\pi}{3}$ ,  $AB = 4$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $3\sqrt{3}$ , 则  $AC$  等于 (    )  
 A. 4                      B.  $2\sqrt{7}$                       C.  $2\sqrt{10}$                       D.  $\sqrt{13}$
5. 将数据 1、3、5、7、9 这五个数中随机删去两个数, 则所剩下的三个数的平均数大于 5 的概率为 (    )  
 A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{3}{10}$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D.  $\frac{1}{2}$
6. 已知  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x - 3)$  的单调增区间为 (    )  
 A.  $(-\infty, 1)$                       B.  $(1, +\infty)$                       C.  $(-\infty, -1)$                       D.  $(3, +\infty)$
7. 若函数  $f(x) = \sin x - \cos x$  在  $(-t, t)$  上仅有一个最值, 则  $t$  的取值范围为 (    )  
 A.  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$                       B.  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$                       C.  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$                       D.  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$
8. 已知 M 是抛物线  $y^2 = 4x$  上一动点, 直线  $l$  的方程为  $x = -3$ , 定点  $N(0, 2)$ , M 到  $l$  的距离为  $d$ , 则  $d + |MN|$  的最小值为 (    )  
 A.  $\sqrt{5}$                       B.  $-\sqrt{5} + 2$                       C. 5                      D. 7

江西省上饶市六校 2023 届高三

三. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分) 已知  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $a_n = \frac{1}{2}S_n + 1$ .

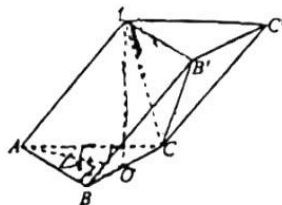
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $C_n = \frac{1}{\log_2 a_n \cdot \log_2 a_{n+2}}$ , 求数列  $\{C_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (12 分) 如图, 在斜三棱柱  $ABC-A'B'C'$  中,  $\triangle ABC$  是边长为 4 的正三角形, 侧棱  $AA' = 4\sqrt{3}$ , 顶点  $A'$  在平面  $ABC$  上的射影为  $BC$  边的中点  $O$ .

(1) 求证: 平面  $AOA' \perp$  平面  $BCC'B'$ ;

(2) 求二面角  $C-A'B'-O$  的余弦值.



19. (12 分) 为坚持上饶市“创文活动”某社区特制订了饲养宠物的管理规定, 为了解社区住户对该规定的态度(赞同与不赞同), 工作人员随机调查了社区 220 户住户, 得到如下  $2 \times 2$  列联表(单住户):

	赞同规定住户	不赞同规定住户	合计
家里有宠物住户	70	40	110
家里没有宠物住户	90	20	110
合计	160	60	220

同时工作人员还从上述调查的不赞同管理规定的住户中, 用分层抽样的方法按家有宠物, 家里没有宠物抽取了 12 户组成样本 T, 进一步研究完善宠物的管理规定:

(1) 根据上述列联表, 能否在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下认为“社区住户对饲养宠物的管理规定的态度与家里是否有宠物有关系”?

(2) 工作人员从样本 T 中随机抽取 6 户住户进行访谈,  $X$  为抽取的 6 户住户中为家里没有宠物住户的户数, 求  $X$  的分布列及期望.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a+b+c+d$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.010	0.001
$k_0$	2.706	6.635	10.828

20. (12分) 已知点  $M\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  在椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  上, 且长轴长为 4.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点  $N(1, 0)$  的直线  $l$  与椭圆 C 相交于 A、B 两点, 点 B 关于  $x$  轴的对称点为 F, 直线 AF 与  $x$  轴相交于点 G. 求  $\triangle ABG$  的面积取值范围.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = tx^2 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ ,  $x \in [0, +\infty)$ .

(1) 当  $t = \frac{1}{2}$  时, 求函数  $f(x)$  的最小值;

(2) 当  $t = 0$  时, 若关于  $x$  的不等式  $\sin x - e^{ax} + 2 \leq f(x)$  在  $x \in [0, +\infty)$  上恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 做答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数). 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$

轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2 - 2\rho \cos \theta = 3$ .

(1) 求曲线  $C_1$  的极坐标方程和曲线  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 曲线  $C_1$  与  $C_2$  相交于 A、B 两点, 求  $|OA| \cdot |OB|$  的值.

23. (10分) 已知函数  $f(x) = 2|x - a| - |x + 1|$ .

(1) 当  $a = 1$  时, 求不等式  $f(x) < 1$  的解集;

(2) 当  $a > 0$  时, 不等式  $f(x) + 2 > 0$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

9. 已知  $a = \log_3 0.9$ ,  $b = 0.3^{0.4}$ ,  $c = 0.4^{0.3}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )

- A.  $b < c < a$       B.  $a < b < c$       C.  $a < c < b$       D.  $b < a < c$

10. 朱世杰是元代著名的数学家有“中世纪世界最伟大的数学家”之称。其著作《四元玉鉴》是一部成就辉煌的数学名著，受到数学史研究者的高度评价，《四元玉鉴》下卷“杂范类会”中第一问为：“今有沈香立圆球一只，径十寸，今从顶截周八寸四分，问厚几何？”大意为现有一个直径为 10 的球，从上面截小部分，截面圆周长为 8.4，问被截取部分几何体的高为多少。已知朱世杰是以圆周率为 3 来计算，则《四元玉鉴》中此题答案为（注： $4.8^2 = 23.04$ ）( )

- A. 0.2      B. 0.4      C. 0.6      D. 0.8

11. 若  $\ln x = e^y$ , 令  $t = x - y - 2$ , 则  $t$  的最小值属于区间 ( )

- A.  $(-1, 0)$       B.  $(0, \frac{1}{2})$       C.  $(\frac{1}{2}, 1)$       D.  $(1, \frac{3}{2})$

12. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 1$ ,  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 若存在实数  $x$ ,  $|x\vec{a} + 2\vec{b}| \leq |\vec{a} + \vec{b}|$  有解, 则  $|\vec{b}|$  的取值范围是 ( )

- A.  $[0, \frac{1}{2}]$       B.  $[-1, \frac{1}{2}]$       C.  $[0, 1]$       D.  $[-\frac{1}{2}, 1]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

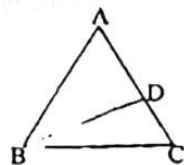
13. 若  $(1+x)^6 \left(m + \frac{m}{x^2}\right)$  展开式中  $x^2$  的系数为 30, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 若  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{7}$ , 则  $\sin 2\alpha =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $g(x) = m(5^x + x)$ , ( $m > 0$ ),  $D = [1, 2]$ , 若所有点  $(s, g(t))$ , ( $s, t \in D$ ) 构成一个正方形区域, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

16. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$ ,  $\overline{AD} = 2\overline{DC}$  且  $BD = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\triangle ABC$

面积的最大值 \_\_\_\_\_.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线