宝坻一中 2022-2023 学年高三上学期线上期末训练数学试卷

（考试时间：120 分钟，试卷满分：150 分）

一、选择题（本大题共 9 小题，共 45 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 设集合$A=\{x\in Z|x^2-2x-3\le 0\}$，$B=\{0,1\}$，则$\complement_A B=$(　)

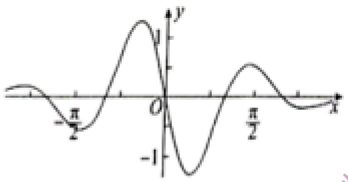
A. $\{-3,-2,-1\}$　B. $\{-1,2,3\}$　C. $\{-1,0,1,2,3\}$　D. $\{0,1\}$

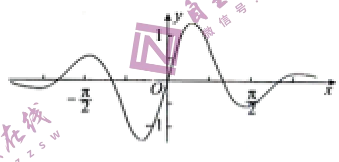
2. “$x^2=4$”是“$x=2$”成立的(　)

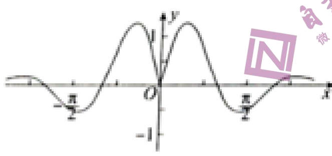
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 函数$f(x)=\frac{3\sin 3x}{3^x+3^{-x}}$的部分图象大致为(　)

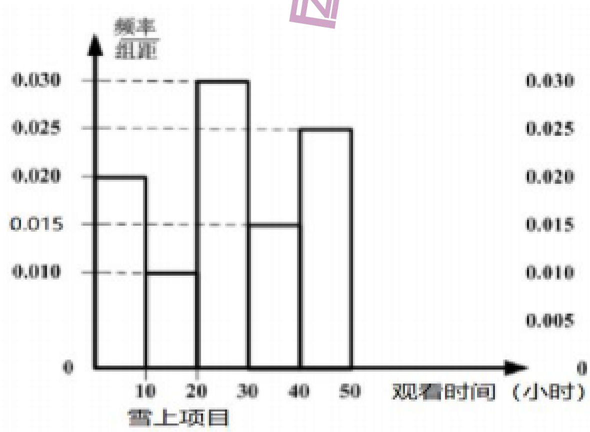
A. 

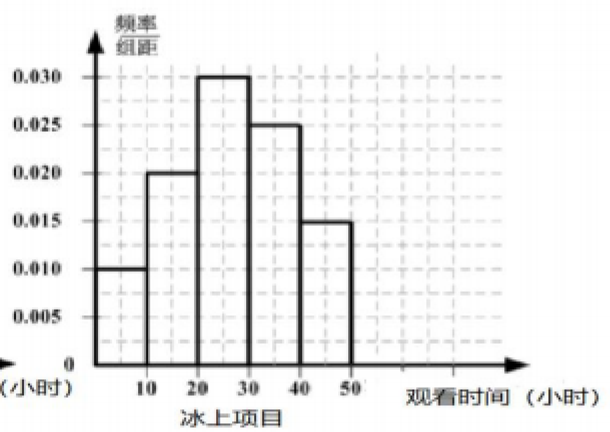
B. 

C. 

D. 

4. 2022 年北京冬季奥运会中国体育代表团共收获 9 金 4 银 2 铜，金牌数和奖牌数均创历史新高．获得的 9 枚金牌中，5 枚来自雪上项目，4 枚来自冰上项目．某体育院校随机调查了 100 名学生冬奥会期间观看雪上项目和冰上项目的时间长度(单位：小时)，并按[0,10]，(10,20]，(20,30]，(30,40]，(40,50]分组，分别得到频率分布直方图如下：





估计该体育院校学生观看雪上项目和冰上项目的时间长度的第 75 百分位数分别是x_1和x_2，方差分别是s_1^2和s_2^2，则(　)

A. $x_1 > x_2$，$s_1^2 > s_2^2$　　B. $x_1 > x_2$，$s_1^2 < s_2^2$

C. $x_1 < x_2$，$s_1^2 > s_2^2$　　D. $x_1 < x_2$，$s_1^2 < s_2^2$

5. 已知$5^5 < 8^4$，$13^4 < 8^5$.设$a = \log_5 3$，$b = \log_8 5$，$c = \log_{13} 8$，则( )

A. $a < b < c$　　B. $b < a < c$　　C. $b < c < a$　　D. $c < a < b$

6. 已知正方体$ABCD - A_1B_1C_1D_1$的棱长为 1，其八个顶点都在一个球面上，则这个球的半径是( )

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

7. 过椭圆$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\,(a > b > 0)$的左焦点$F$作$x$轴的垂线，交椭圆于$P$，$Q$两点，$A$是椭圆与$x$轴正半轴 的交点，且$|PQ| = |FA|$，则该椭圆的离心率是( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 已知$f(x) = \sin(\omega x + \varphi)\left(\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}\right)$图象相邻的两条对称轴的距离为 2π，将函数$y = f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，得到的图象关于y轴对称，给出下列命题：

①函数$f(x)$的图象关于直线$x = \frac{\pi}{3}$对称；

②函数$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$上单调递增；

③函数$f(x)$的图象关于点$\left(-\frac{2\pi}{3}, 0\right)$对称.

其中正确的命题个数为( )

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

9. 定义在R上的奇函数$f(x)$，当$x \geq 0$时，$f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(x+1), x \in [0,1) \\ 1 - |x - 3|, x \in [1, +\infty) \end{cases}$，则关于$x$的函数$F(x) = f(x) - a(0 < a < 1)$的所有零点之和为( )

A. $1 - 2^a$　　B. $2^a - 1$　　C. $1 - 2^{-a}$　　D. $2^{-a} - 1$

二、填空题（本大题共 6 小题，共 30 分）

10. 若复数$z = \frac{3-4i}{1+2i}$，则$|z| =$_______.

11. 已知圆C：$x^2 + y^2 = 20$，则过点$P(4,2)$的圆的切线方程是________.

12. 在$(\sqrt{x} - \frac{2}{x})^5$的二项展开式中，$x^{-2}$的系数为_____.(用数字作答)

13. 甲乙两人进行乒乓球比赛，约定先连胜两局者赢得比赛，假设每局甲获胜的概率为$\frac{2}{3}$，乙获胜的概率为$\frac{1}{3}$，各局比赛相互独立，则恰好进行了 4 局比赛结束且甲赢得比赛的概率为_____.

14. 当$x>1$时，函数$f(x)=x+\frac{1}{x-1}$的最小值为________.

15. 在$\triangle ABC$中，$AB=4$，$AC=3$，$\angle BAC=90°$，点D在线段BC上(点D不与端点B、C重合)，延长AD到P，使得$AP=9$，$\overrightarrow{PA}=m\overrightarrow{PB}+\left(\frac{3}{2}-m\right)\overrightarrow{PC}$($m$为常数)，

(i)若$\overrightarrow{PA}=\lambda\overrightarrow{PD}$，则$\lambda=$_____；

(ii)线段CD的长度为_____.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 75 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16. (本小题 14 分)

在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$b^2+c^2-a^2=\frac{4\sqrt{2}}{3}bc$.

(I)求$sinA$的值；

(II)若$\triangle ABC$的面积为$\sqrt{2}$，且$\sqrt{2}\sin B=3\sin C$，求$\triangle ABC$的周长.

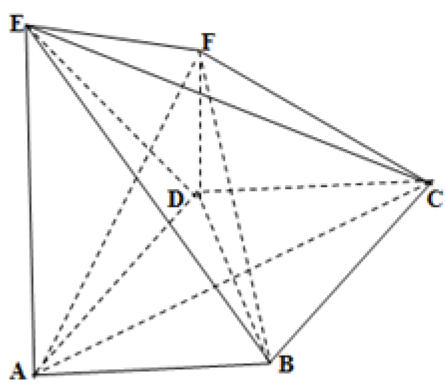
17. (本小题 15 分)

菱形$ABCD$中，$\angle ABC=120°$，$EA\perp$平面$ABCD$，$EA//FD$，$EA=AD=2FD=2$.

(I)证明：直线$FC//$平面EAB；

(II)求二面角$E-FC-A$的正弦值；

(III)线段EC上是否存在点M使得直线EB与平面BDM所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{2}}{8}$? 若存在，求$\frac{EM}{MC}$；若不存在，说明理由.



18. (本小题 15 分)

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足 $3S_n=2(a_n-1)$，$\{b_n\}$是以a_1为首项且公差不为 0 的等差数列，b_2，b_3，b_7成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式;

(2)令$c_n=a_nb_n$，求数列$\{c_n\}$的前n项和T_n.

19. (本小题 15 分)

已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$，左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$M$是$C$上一点，$|MF_1|=2$，且$|\overrightarrow{MF_1}|\cdot|\overrightarrow{MF_2}|=2\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)当过点$P(4,1)$的动直线l与椭圆C相交于不同两点A、B，线段AB上取点Q，且Q满足$|\overrightarrow{AP}|\cdot|\overrightarrow{QB}|=|\overrightarrow{AQ}|\cdot|\overrightarrow{PB}|$，求证：点$Q$总在某定直线上，并求出该定直线的方程.

20. (本小题 16 分)

已知函数$f(x)=\frac{x^2+x+a}{x}$.

(1)若$g(x)=f(x)-1$，判断$g(x)$的奇偶性并加以证明;

(2)当$a=\frac{1}{2}$时，

①用定义法证明函数$f(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增，再求函数$f(x)$在$[1,+\infty)$上的最小值；

②设$h(x)=kx+5-2k$，若对任意的$x_1\in[1,2]$，总存在$x_2\in[0,1]$，使得$f(x_1)\le h(x_2)$成立，求实数k的取值范围