天一大联考

2018—2019学年高中毕业班阶段性测试(六)

数学(文科)·答案

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.

1.【答案】 B

【命题意图】 本题考查集合的运算,考查运算求解能力以及化归与转化思想.

【解析】 依题意,$U=\{x\in\mathbf{Z}|0<x<6\}=\{1,2,3,4,5\}$,故$\complement_U A=\{1,2\}$.

2.【答案】 A

【命题意图】 本题考查复数的运算、复数的概念,考查运算求解能力以及化归与转化思想.

【解析】 依题意,$z=(3+2i)(2-5i)=6-15i+4i+10=16-11i$,故复数$z$的虚部为$-11$.

3.【答案】 B

【命题意图】 本题考查茎叶图、概率的计算,考查运算求解能力以及化归与转化思想.

【解析】 依题意,该公司共有20名员工,其中迟到次数在$[20,30)$的有6人,故所求概率$P=\frac{3}{10}$.

4.【答案】 C

【命题意图】 本题考查等差数列的性质,考查推理论证能力以及化归与转化思想.

【解析】 由等差数列性质可知,$S_5=5a_3=35$,解得$a_3=7$,故$d=\frac{a_6-a_3}{6-3}=3$.

5.【答案】 B

【命题意图】 本题考查数学文化、算法与程序框图,考查推理论证能力以及化归与转化思想.

【解析】 运行该程序,第一次,$S=9-1.7=7.3$,$k=2$;第二次,$S=7.3-1.7=5.6$,$k=3$;第三次,$S=5.6-1.7=3.9$,$k=4$;第四次,$S=3.9-1.7=2.2$,$k=5$;第五次,$S=2.2-1.7=0.5$,$k=6$;第六次,$S=0.5-1.7=-1.2$,此时输出的k的值为6.

6.【答案】 C

【命题意图】 本题考查双曲线的定义与方程,考查推理论证能力以及数形结合思想.

【解析】 由$\angle F_2MN=\angle F_2NM$可知,$|F_2M|=|F_2N|$.由双曲线定义可知,$|MF_2|-|MF_1|=4\sqrt{2}$,$|NF_1|-|NF_2|=4\sqrt{2}$,两式相加得,$|NF_1|-|MF_1|=|MN|=8\sqrt{2}$.

7.【答案】 D

【命题意图】 本题考查三角恒等变换、三角函数的图象与性质,考查推理论证能力以化归与转化思想.

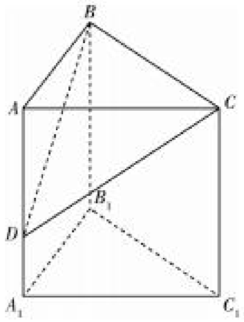
【解析】 依题意,$f(x)=\sqrt{3}\sin 4x-\cos 4x=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$,函数$f(x)$的横坐标拉伸为原来的4倍,得到$y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$的图象,再向左平移$\pi$个单位后得到$y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}+\pi\right)=2\sin\left(x+\frac{5\pi}{6}\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=g(x)$.

8.【答案】 C

【命题意图】 本题考查三视图、柱体、锥体的体积公式,考查空间想象能力.

【解析】 作出该几何体的直观图如下所示.观察可知,该几何体为三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$切割掉三棱锥$D-ABC$

所得的几何体,故所求体积 $V=\frac{1}{2}\times6\times6\times6-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times6\times4=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{14}{3}=84$.



9.【答案】 A

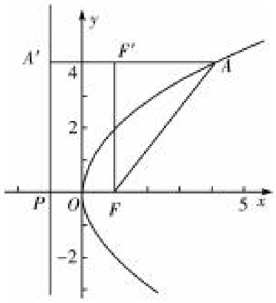
【命题意图】 本题考查函数的图象与性质,考查推理论证能力以及化归与转化思想.

【解析】 依题意,函数 $f(x)$ 为偶函数. 由于 $m(x)=\sin x$ 为奇函数,故 $g(x)=\ln(ax+\sqrt{1+4x^2})$ 也为奇函数. 而 $g(-x)=\ln(-ax+\sqrt{1+4x^2})$,故 $g(-x)+g(x)=\ln(-ax+\sqrt{1+4x^2})+\ln(ax+\sqrt{1+4x^2})=0$,即 $\ln(1+4x^2-a^2x^2)=0$,解得 $a=\pm2$.

10.【答案】 C

【命题意图】 本题考查抛物线的定义与方程,考查运算求解能力、推理论证能力以及数形结合思想.

【解析】 作出图形如下所示,过点 F 作 $FF'\perp AA'$,垂足为 F'. 设 $|AF'|=3x$,因为 $\cos\angle FAA'=\frac{3}{5}$,故 $|AF|=5x$,$|FF'|=4x$,由抛物线定义可知,$|AF|=|AA'|=5x$,则 $|A'F'|=2x=p$,故 $x=\frac{p}{2}$. 四边形 $AA'PF$ 的面积 $S=\frac{(|PF|+|AA'|)\cdot|PA'|}{2}=\frac{\left(p+\frac{5}{2}p\right)\cdot2p}{2}=14$,解得 $p=2$,故抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$.



11.【答案】 D

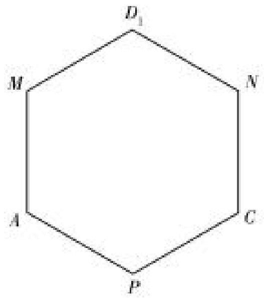
【命题意图】 本题考查利用导数研究函数的性质,考查运算求解能力、推理论证能力以及分类讨论思想.

【解析】 依题意,$f'(x)=e^x-2a(x-1)-(2a+1)$. (1) 若 $f'(x)\geqslant0$ 在 $(1,2)$ 上恒成立,则 $\frac{e^x-1}{x}\geqslant2a$. 令 $g(x)=\frac{e^x-1}{x}$,故 $g'(x)=\frac{xe^x-e^x+1}{x^2}=\frac{(x-1)e^x+1}{x^2}>0$,故函数 $g(x)$ 在 $(1,2)$ 上单调递增,故 $\frac{e-1}{2}\geqslant a$;(2) 若 $f'(x)\leqslant0$ 在 $(1,2)$ 上恒成立,则 $\frac{e^x-1}{x}\leqslant2a$,则 $\frac{e^2-1}{4}\leqslant a$,故实数 a 的取值范围为 $\left(-\infty,\frac{e-1}{2}\right]\cup\left[\frac{e^2-1}{4},+\infty\right)$.

12.【答案】 D

【命题意图】 本题考查利用空间几何体的结构,考查空间想象能力、推理论证能力以及数形结合思想.

【解析】 依题意,$AB=2$. 作出六边形 D_1MAPCN 如图所示,由几何关系可知,六边形 D_1MAPCN 为正六边形,由 $D_1C=2\sqrt{2}$,可 $D_1N=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$,故所求六边形的面积 $S=6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2=4\sqrt{3}$.



二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.【答案】 $\frac{3}{2}$

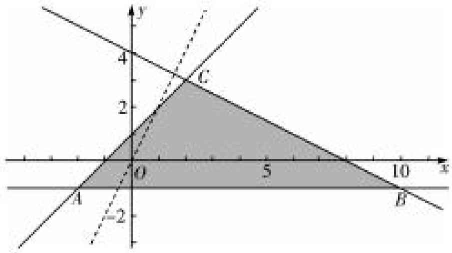
【命题意图】 本题考查向量垂直的充要条件,考查运算求解能力以及化归与转化思想.

【解析】 依题意,$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=0$,即 $-6+4\lambda=0$,解得 $\lambda=\frac{3}{2}$.

14.【答案】 21

【命题意图】 本题考查二元一次不等式组与平面区域、线性规划,考查运算求解能力以及数形结合思想.

【解析】 作出不等式所表示的平面区域,如下图阴影部分所示. 观察可知,当直线 $z=2x-y$ 过点 B 时,z 取得最大值. 联立 $\begin{cases}x+2y-8=0,\\y+1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=10,\\y=-1,\end{cases}$ 故 $z=2x-y$ 的最大值为 21.



15.【答案】 $\frac{4}{5}$

【命题意图】 本题考查几何概型、不等式的解法,考查推理论证能力以及数形结合思想.

【解析】 依题意,$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>-4\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>\log_{\frac{1}{2}}16\Leftrightarrow 0<x-1<16\Leftrightarrow 1<x<17$,故所求概率 $P=\frac{4}{5}$.

16.【答案】 $2-\left(\frac{3}{2}\right)^n$

【命题意图】 本题考查数列的递推公式,考查推理论证能力以及化归转化思想.

【解析】 当 $n=1$ 时,$S_1=a_1=3a_1-1$,解得 $a_1=\frac{1}{2}$;当 $n\geqslant 2$ 时,$S_n=3a_n+2n-3$,$S_{n-1}=3a_{n-1}+2n-5$,两式相

减可得，$a_n=3a_n-3a_{n-1}+2$，故 $a_n=\frac{3}{2}a_{n-1}-1$，设 $a_n+\lambda=\frac{3}{2}(a_{n-1}+\lambda)$，故 $\lambda=-2$，即 $a_n-2=\frac{3}{2}(a_{n-1}-2)$，故$\frac{a_n-2}{a_{n-1}-2}=\frac{3}{2}$. 故数列$\{a_n-2\}$是以$-\frac{3}{2}$为首项，$\frac{3}{2}$为公比的等比数列，故 $a_n-2=-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$，故 $a_n=2-\left(\frac{3}{2}\right)^n$.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. **【命题意图】** 本题考查诱导公式、三角形的面积公式、正余弦定理，着重考查运算求解能力以及数形结合思想.

【解析】 （Ⅰ）在$\triangle ACD$中，$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot CD\sin\angle ACD=\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\times\sin\angle ACD=6\sqrt{6}$. ……（2 分）

所以 $\sin\angle ACD=\frac{2\sqrt{6}}{5}$. ……（3 分）

因为 $0°<\angle ACD<90°$，所以 $\cos\angle ACD=\sqrt{1-\left(\frac{2\sqrt{6}}{5}\right)^2}=\frac{1}{5}$. ……（5 分）

由余弦定理得 $AD^2=CD^2+CA^2-2\cdot CD\cdot CA\cdot\cos\angle ACD=56$，得 $AD=2\sqrt{14}$. ……（7 分）

（Ⅱ）因为 $EC\perp BC$，所以 $\sin\angle ACE=\sin(90°-\angle ACD)=\cos\angle ACD=\frac{1}{5}$. ……（9 分）

在$\triangle AEC$中，由正弦定理得$\frac{AE}{\sin\angle ACE}=\frac{AC}{\sin\angle AEC}$，

即$\frac{AE}{\frac{1}{5}}=\frac{5\sqrt{2}}{\frac{1}{3}}$，所以 $AE=3\sqrt{2}$. ……（12 分）

18. **【命题意图】** 本题考查空间线面的位置关系、锥体的体积公式，考查空间想象能力、运算求解能力以及数形结合思想.

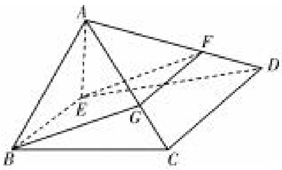
【解析】 取线段 AC 上靠近 C 的三等分点 G，连接 BG，GF.

因为$\frac{AG}{AC}=\frac{AF}{AD}=\frac{2}{3}$，则 $GF=\frac{2}{3}CD=BE$. ……（2 分）

而 $GF\parallel CD$，$BE\parallel CD$，故 $GF\parallel BE$. ……（3 分）

故四边形 $BGFE$ 为平行四边形，故 $EF\parallel BG$. ……（4 分）

因为 $EF\not\subset$平面 ABC，$BG\subset$平面 ABC，故 $EF\parallel$平面 ABC. ……（6 分）



（Ⅱ）因为 $BE\perp$平面 ABC，$BE\subset$平面 $BCDE$，

所以平面 $ABC\perp$平面 $BCDE$. ……（8 分）

所以四棱锥 $A-BCDE$ 的高即为$\triangle ABC$中 BC 边上的高. ……（9 分）

BC 边上的高为$\frac{\sqrt{3}}{2}\times3=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故四棱锥 $A-BCDE$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(2+3)\times3\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$. ……（12 分）

19. **【命题意图】** 本题考查回归直线方程、独立性检验，考查推理论证能力、运算求解能力以及数据分析能力.

【解析】（Ⅰ）相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{50}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{50}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{50}(y_i-\bar{y})^2}}$

$=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{50}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{50}(x_i-\bar{x})^2}\cdot\dfrac{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{50}(x_i-\bar{x})^2}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{50}(y_i-\bar{y})^2}}$ ……（2分）

$=\hat{b}\cdot\dfrac{\sqrt{50s_x^2}}{\sqrt{50s_y^2}}=1.2\times\dfrac{12}{15}=0.96.$ ……（5分）

故对该款智能家电的评分与年龄的相关性较强. ……（6分）

（Ⅱ）由列联表可得

$K^2=\dfrac{50\times(8\times6-20\times16)^2}{24\times26\times28\times22}\approx9.624>6.635.$ ……（10分）

故有99%的把握认为对该智能家电的评价与年龄有关. ……（12分）

20.【命题意图】 本题考查椭圆的方程、直线与椭圆的综合性问题，考查运算求解能力、推理论证能力.

【解析】（Ⅰ）依题意，$B(-1,0)$，$C(1,0)$，故 $BC=2$，则 $|AB|+|AC|=4>|BC|=2$， ……（2分）

故点 A 的轨迹是以 B,C 为焦点的椭圆（不含左、右两顶点）， ……（3分）

故 Γ 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1(x\neq\pm2)$. ……（4分）

（Ⅱ）依题意，$2\cdot\dfrac{\lambda}{k}=\dfrac{1}{k_{DE}}+\dfrac{1}{k_{DF}}$，故 $2\lambda=\dfrac{k}{k_{DE}}+\dfrac{k}{k_{DF}}$. ……（6分）

联立 $\begin{cases}y=k(x-1),\\3x^2+4y^2-12=0,\end{cases}$ 整理得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$.

设 $E(x_1,y_1)$，$F(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$. ……（7分）

故 $\dfrac{k}{k_{DE}}+\dfrac{k}{k_{DF}}=\dfrac{k(x_1+2)}{y_1}+\dfrac{k(x_2+2)}{y_2}=\dfrac{k(x_1+2)}{k(x_1-1)}+\dfrac{k(x_2+2)}{k(x_2-1)}$ ……（9分）

$=2+\dfrac{3}{x_1-1}+\dfrac{3}{x_2-1}=2+\dfrac{3(x_1+x_2-2)}{(x_1-1)(x_2-1)}=2+\dfrac{3(x_1+x_2-2)}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}$ ……（10分）

$=2+\dfrac{3\left(\dfrac{8k^2}{3+4k^2}-2\right)}{\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}-\dfrac{8k^2}{3+4k^2}+1}=2+\dfrac{3(8k^2-6-8k^2)}{4k^2-12-8k^2+3+4k^2}=2+2=4=2\lambda$， ……（11分）

则 $\lambda=2$. ……（12分）

21.【命题意图】 本题考查导数的几何意义、导数与函数的单调性、最值，考查运算求解能力、推理论证能力.

【解析】（Ⅰ）依题意，$f(x)=e^x-x^2$，故 $f'(x)=e^x-2x$. ……（1分）

$f'(0)=1$，而 $f(0)=1$. ……（3分）

故所求切线方程为 $y-1=x$，即 $x-y+1=0$. ……（4分）

（Ⅱ）由 $me^x-x^2\geqslant x(4-me^x)$ 得 $me^x(x+1)\geqslant x^2+4x$.

即问题转化为当 $x\geqslant0$ 时，$m\geqslant\left(\dfrac{x^2+4x}{e^x(x+1)}\right)_{\max}$. ……（5分）

令 $g(x)=\dfrac{x^2+4x}{e^x(x+1)}$，$x\geqslant0$，则 $g'(x)=\dfrac{-(x+2)(x^2+2x-2)}{(x+1)^2e^x}$. ……（6分）

由 $g'(x)=0$ 及 $x\geqslant0$，得 $x=\sqrt{3}-1$.

当 $x\in(0,\sqrt{3}-1)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增；

当 $x\in(\sqrt{3}-1,+\infty)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减. …………………………………………………… (9 分)

所以当 $x=\sqrt{3}-1$ 时，$g(x)_{\max}=g(\sqrt{3}-1)=2e^{1-\sqrt{3}}$. ………………………………………………… (11 分)

所以 $m\geqslant 2e^{1-\sqrt{3}}$. 即实数 m 的取值范围为 $[2e^{1-\sqrt{3}},+\infty)$. ……………………………………… (12 分)

22.【命题意图】 本题考查方程间的互化、直线与圆的位置关系，考查推理论证能力以及数形结合思想.

【解析】（Ⅰ）曲线 $C:(x-2)^2+(y-1)^2=9$，故 $x^2+y^2-4x-2y-4=0$，

即曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta-4=0$. ………………………………………………… (4 分)

（Ⅱ）显然直线 l 的斜率存在，否则无交点. ………………………………………………………………………… (6 分)

设直线 l 的方程为 $y-1=k(x+2)$，即 $kx-y+2k+1=0$.

而 $|AB|=2$，则圆心到直线 l 的距离 $d=\sqrt{r^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{9-1}=2\sqrt{2}$. …………………………… (8 分)

又 $d=\frac{|4k|}{\sqrt{k^2+1}}$，所以 $\frac{|4k|}{\sqrt{k^2+1}}=2\sqrt{2}$，解得 $k=\pm 1$.

所以直线 l 的方程为 $x+y+1=0$ 或 $x-y+3=0$. …………………………………………………………… (10 分)

23.【命题意图】 本题考查绝对值不等式的解法、绝对值不等式的性质，考查运算求解能力以及化归与转化思想.

【解析】（Ⅰ）依题意，$|2x-3|-|x-1|\geqslant 3$.

若 $x<1$，则 $3-2x+x-1\geqslant 3$，解得 $x\leqslant -1$，故 $x\leqslant -1$；

若 $1\leqslant x<\frac{3}{2}$，则 $3-2x-x+1\geqslant 3$，解得 $x\leqslant\frac{1}{3}$，故无解；

若 $x\geqslant\frac{3}{2}$，则 $2x-3-x+1\geqslant 3$，解得 $x\geqslant 5$，故 $x\geqslant 5$.

综上所述，不等式 $|2x-3|-f(x)\geqslant 3$ 的解集为 $(-\infty,-1]\cup[5,+\infty)$. ………………………………… (5 分)

（Ⅱ）依题意，$|x-1|+5>|x-a|$，即 $5>|x-a|-|x-1|$，即 $(|x-a|-|x-1|)_{\max}<5$. ……………… (6 分)

因为 $\big||x-a|-|x-1|\big|\leqslant|(x-a)-(x-1)|=|a-1|$，所以 $|x-a|-|x-1|\leqslant|a-1|$，……………… (8 分)

则 $|a-1|<5$，解之得 $-4<a<6$.

故实数 a 的取值范围为 $(-4,6)$. ………………………………………………………………………………… (10 分)

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：zizzsw。

微信扫一扫，快速关注