

决胜新高考——2022 届高三年级大联考

数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上. 将条形码横贴在答题卡“条形码粘贴处”.
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保持答题卡的整洁. 考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $\frac{2-i}{1-i}$ 在复平面内对应点所在的象限为

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 则“ $a < b$ ”是“ $(\frac{a+b}{2})^2 < \frac{a^2+b^2}{2}$ ”的

A. 充要条件 B. 充分且不必要条件
C. 必要且不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 设全集 U , 有以下四个关系式:

甲: $A \cap B = A$; 乙: $A \cup B = B$; 丙: $C_U A \leftarrow C_U B$; 丁: $(C_U A) \cup (C_U B) = C_U A$.

如果有且只有一个不成立, 则该式是

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

4. 2019 年 1 月 3 日, 嫦娥四号探测器在月球背面预选着陆区成功软着陆, 并通过鹊桥中继卫星传回了世界第一张近距离拍摄的月背影像图, 揭开了古老月背的神秘面纱. 如图所示, 地球 P 和月球 Q 都绕地月系质心 O 做圆周运动, $PO=r_1$, $QO=r_2$, 设地球质量为 M , 月球质量为 m , 地月距离 PQ 为 R , 万有引力常数为 G , 月球绕 O 做圆周运动的角速度为 ω , 且 $\frac{GMm}{R^2}=m\omega^2r_2=M\omega^2r_1$, 则

A. $\omega=\sqrt{\frac{G(M+m)}{R^2}}$ B. $\sqrt{\frac{G(M+m)}{R^3}}$ C. $G=\frac{M+m}{\omega^2R^3}$ D. $r_1=\frac{M}{M+m}R$

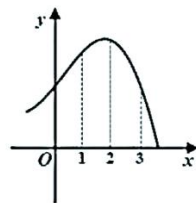
5. 若直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)=\sin x+b\cos x$ 图象的一条对称轴, 则

A. 函数 $f(x)$ 的周期为 π

B. 函数 $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C 将函数 $f(x)$ 图象上的每一个点的纵坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 再将的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 可以得到 $y=\sin x$ 的图象

D. 将函数 $f(x)$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 可以得到 $y=2\cos x$ 的图象



所得到

6. 已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ($a, b, c, d \in \mathbf{R}$) 的部分图象如图所示, 则

A. $a+b+c+d<0$

B. $c<-3a-2b$

C. $c>-12a-4b$

D. $15a+2b<0$

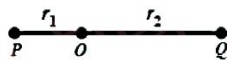
7. 已知 A, B 在抛物线 $y^2=4x$ 上, 且线段 AB 的中点为 $M(1, 1)$, 则 $|AB| =$

A. 4

B. 5

C. $\sqrt{15}$

D. $2\sqrt{15}$



8. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 底面 ABC , $PA=2$, 底面 ABC 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形, M 为

AC 的中点, 球 O 是三棱锥 $P-ABM$ 的外接球. 若 D 是球 O 上一点, 则三棱锥 $D-PAC$ 的体积的最大值是

- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 某妇产科医院对该院历年来新生儿体重情况进行统计, 发现新生儿体重 $X \sim N(3.4, \sigma^2)$, $P(X < 2) = 0.031$, 则

- A. $P(2 < X < 3.4) = 0.5$ B. $P(2 < X < 4.8) = 0.938$
C. $P(X < 4.8) = 0.969$ D. $P(X > 5) < 0.031$

10. 设 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, 则

- A. $\sin \alpha + \frac{4}{\sin \alpha}$ 的最小值为 4 B. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{4}{\cos^2 \alpha}$ 的最小值为 9
C. $1 < \sin \alpha + \cos \alpha \leq \sqrt{2}$ D. $\frac{1 + 3\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \geq 4$

11. 若曲线 $T: Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, 则

- A. 若 $A = C$, $B = 0$, 则 T 是圆
B. 若 $A > C > 0$, $B = D = E = 0$, $F < 0$, 则 T 是长轴长为 $2\sqrt{-\frac{F}{C}}$ 的椭圆
C. 若 $A > 0$, $C < 0$, $B = D = E = 0$, $F < 0$, 则 T 是离心率为 $\sqrt{1 - \frac{A}{C}}$ 的双曲线
D. 若 $A = 1$, $B = -1$, $C = D = E = 0$, $F = 1$, 则 T 与直线 $y = -\frac{1}{B}x$ 有且只有一个交点

12. 若 $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$, $a \neq b$, 且 $a^b = b^a$, 则

- A. $a > 1$ B. $b < 1$ C. $a + b > 2e$ D. $ab > e^2$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = an^2 + n$, $a_{n+1} < a_n$, 写出一个符合条件的 a 的值是_____.

14. 若函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$, 则不等式 $f(\ln x) + f(\ln x - 1) > 0$ 的解集是_____.

15. 北京冬奥会志愿者甲、乙、丙、丁参加滑雪、滑冰、冰球项目服务培训, 每位志愿者只参加一个项目, 且每个项目至少有一名志愿者参加, 则甲参加冰球项目培训的概率是_____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \geq a, \\ e^{-x} - 1, & x < a \end{cases}$ ($a \in \mathbf{R}$), 若函数 $g(x) = f(f(x) + 1)$ 有三个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 现有四个条件:

① $a_1 = 1$; ② $a = 2$; ③ $S_n = 2^n + 1$; ④ $a_{n+1} = S_n + 1$.

从上述四个条件中选出两个, 使得数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (本小题满分 12 分)

劳动教育是国民教育体系的重要内容，是学生成长的必要途径，具有树德、增智、强体、育美的综合育人价值。为了帮助实践基地科学学种植，提高产量，某班级数学建模兴趣小组收集了 A 作物的亩施肥量 $x(\text{kg})$ 和亩产量 $y(\text{kg})$ 的有关数据，数据如下表：

亩施肥量	0	2.5	5	7.5	10
亩产量	70	150	200	250	320

(1) 求亩产量 y 关于亩施肥量 x 的线性回归方程；

(2) ① 估计亩施肥量为 20kg 时亩产量；

② 根据资料记载，当施肥量为 20kg 时，亩产量约为 390kg，请给出解释。

$$\text{参考公式: } = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, = -.$$

19. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\tan B = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，点 D 在边 BC 上， $BD = 3CD$ 。

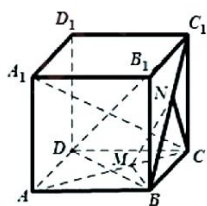
(1) 若 $BD = AD = 3$ ，求 AC ；

(2) 若 AD 平分 $\angle BAC$ ，求 $\sin \angle BAD$ 。

20. (本小题满分 12 分)如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $A_1C \perp$ 平面 BC_1D , 且底面 $ABCD$ 的边长为 2. M, N 分别在线段 AC 和 BC_1 上, 且 $CM=C_1N$.

(1)证明: $B_1C \perp BC_1$;

(2)当线段 MN 的长度最小时, 求二面角 $C-MN-B$ 的正弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 以椭圆 C 的四个顶点为顶点的四边形面积为 $16\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若椭圆 C 的左顶点为 A , 右焦点是 F . 点 P 是椭圆 C 上的点(异于左右顶点), M 为线段 PA 的中点, 过 M 作直线 PF 的平行线 l . 延长 PF 交椭圆 C 于 Q , 连结 AQ 交直线 l 于点 B .

①求证: 直线 l 过定点.

②是否存在定点 D_1, D_2 , 使得 $|BD_1| + |BD_2|$ 为定值, 若存在, 求出 D_1, D_2 的坐标; 若不存在说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin^2 x - ax^2 \cos x (a \in \mathbf{R})$.

(1)若 $a=0$, 求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=\frac{\pi}{4}$ 处的切线方程;

(2)当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, $f(x) > 0$, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线