绝密★启用前

天一大联考

2020—2021 学年高三年级上学期期末考试

理科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\left\{x\left|\frac{2x+1}{x-3}\leqslant 1\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|3^x\geqslant\frac{1}{3}\right.\right\}$，则 $A\cap B=$

A. $[-1,3)$　　B. $[-1,3]$　　C. $[-4,-1]$　　D. $[-4,3)$

2. 若 $z+2\bar{z}=3-\mathrm{i}$，则 $|z|=$

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

3. 已知 $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n(n\in\mathbf{N}^*)$ 的展开式中有常数项，则 n 的值可能是

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

4. 如图，位于西安大慈恩寺的大雁塔，是唐代玄奘法师为保存经卷佛像而主持修建的，是我国现存最早的四方楼阁式砖塔. 塔顶可以看成一个正四棱锥，其侧棱与底面所成的角为 45°，则该正四棱锥的一个侧面与底面的面积之比为

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

5. 已知 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}>0$，则下列不等式：① $\frac{b}{a}>1$；② $|a|>|b|$；③ $a^3>b^3$；④ $\left(\frac{1}{2}\right)^a>\left(\frac{1}{2}\right)^b$. 其中正确的是

A. ①②　　B. ③④　　C. ②③　　D. ①④

6. 从 4 双不同尺码的鞋子中随机抽取 3 只，则这 3 只鞋子中任意两只都不成双的概率为

A. $\frac{1}{14}$　　B. $\frac{3}{7}$　　C. $\frac{4}{7}$　　D. $\frac{3}{4}$

7. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$，点 A,B 是曲线 $y=f(x)$ 相邻的两个对称中心，点 C 是 $f(x)$ 的一个最值点，若 $\triangle ABC$ 的面积为 1，则 $\omega=$

A. 1　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. 2　　D. π

8. 已知函数$f(x)=e^x+e^{-x}+\cos x$，则不等式$f(2m)>f(m-2)$的解集为

A. $(-\infty,-2)\cup\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)\cup(2,+\infty)$

C. $\left(-2,\frac{2}{3}\right)$　　D. $\left(-\frac{2}{3},2\right)$

9. 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边a,b,c依次成等差数列，$\triangle ABC$的周长为15，且$(\sin A+\sin B)^2+\cos^2C=1+\sin A\sin B$，则$\cos B=$

A. $\frac{13}{14}$　　B. $\frac{11}{14}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

10. 已知点A,B,C在半径为5的球面上，且$AB=AC=2\sqrt{14}$，$BC=2\sqrt{7}$，P为球面上的动点，则三棱锥$P-ABC$体积的最大值为

A. $\frac{56\sqrt{7}}{3}$　　B. $\frac{52\sqrt{7}}{3}$　　C. $\frac{49\sqrt{7}}{3}$　　D. $\frac{14\sqrt{7}}{3}$

11. 已知点A在直线$3x+y-6=0$上运动，点B在直线$x-3y+8=0$上运动，以线段AB为直径的圆C与x轴相切，则圆C面积的最小值为

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{3\pi}{2}$　　C. $\frac{9\pi}{4}$　　D. $\frac{5\pi}{2}$

12. 已知$\alpha,\beta\in(0,2\pi)$，且满足$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{1}{2}$，$\cos\beta-\sin\beta=\frac{1}{2}$，则$\sin(\alpha+\beta)=$

A. 1　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$或1　　C. $-\frac{3}{4}$或1　　D. 1或-1

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 平面向量$\boldsymbol{a}=(2,2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,3)$，若$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则$\lambda=$________.

14. 若实数x,y满足约束条件$\begin{cases}x-2y+3\geq0,\\2x-y-3\leq0,\\x+y-3\geq0,\end{cases}$则$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$的取值范围是________.

15. 若函数$f(x)=|e^x-a|-1$有两个零点，则实数a的取值范围是________.

16. 设P为双曲线$C:\frac{x^2}{2}-y^2=1$上的一个动点，点P到C的两条渐近线的距离分别为d_1和d_2，则$3d_1+d_2$的最小值为________.

三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22,23题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共60分.

17.（12分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$\frac{S_n}{a_n}$和$\frac{2}{a_n}$的等差中项为1.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

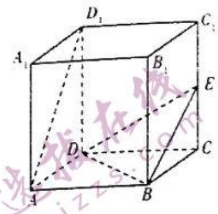
（Ⅱ）设$b_n=\log_4 a_{n+1}$，求数列$\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$的前$n$项和$T_n$.

18.（12 分）

如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为平行四边形，$AD=3$，$AB=5$，$\cos\angle BAD=\frac{3}{5}$，$BD=DD_1$，$E$ 是 CC_1 的中点.

（Ⅰ）求证：平面 $DBE\perp$ 平面 ADD_1；

（Ⅱ）求直线 AD_1 和平面 BDE 所成角的正弦值.



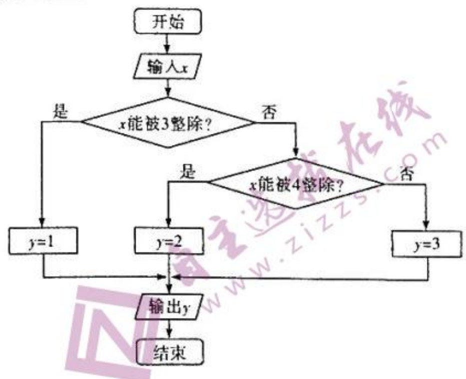
19.（12 分）

某算法的程序框图如图所示，其中输入的变量 x 只能是 1，2，3，…，24 这 24 个整数中的一个，且是每个整数的可能性是相等的.

（Ⅰ）当输入 $x=12$ 和 $x=20$ 时，求输出 y 的值；

（Ⅱ）求输出的 y 值的分布列；

（Ⅲ）某同学根据该程序框图编写计算机程序，并重复运行 1 200 次，输出 y 的值为 1，2，3 的次数分别为 395，402，403，请推测他编写的程序是否正确，简要说明理由.



（12 分）

已知椭圆 C_1 的离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，一个焦点坐标为$(0,2\sqrt{2})$，曲线 C_2 上任一点到点$\left(\frac{9}{4},0\right)$和到直线$x=-\frac{9}{4}$的距离相等.

（Ⅰ）求椭圆 C_1 和曲线 C_2 的标准方程；

（Ⅱ）点 P 为 C_1 和 C_2 的一个交点，过 P 作直线 l 交 C_2 于点 Q，交 C_1 于点 R，且 Q,R,P 互不重合，若 $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{RP}$，求直线 l 与 x 轴的交点坐标.

.（12 分）

已知函数$f(x)=\ln(x+1)+a$，$g(x)=e^{x-a}$，$a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）若 $a=0$，曲线 $y=f(x)$在点$(x_0,f(x_0))$处的切线也是曲线 $y=g(x)$的切线，证明：$\ln(x_0+1)=\frac{x_0+1}{x_0}$.

（Ⅱ）若 $g(x)-f(x)\geq1$，求 a 的取值范围.

二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为$\begin{cases}x=-3-\frac{4}{5}t,\\y=3+\frac{3}{5}t\end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l_2 的参数方程为

$\begin{cases}x=-3-\frac{\sqrt{10}}{10}s,\\y=3+\frac{3\sqrt{10}}{10}s\end{cases}$（$s$ 为参数）.

（Ⅰ）设 l_1 与 l_2 的夹角为 α，求 $\tan\alpha$；

（Ⅱ）设 l_1 与 x 轴的交点为 A，l_2 与 x 轴的交点为 B，以 A 为圆心，$|AB|$为半径作圆，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求圆 A 的极坐标方程.

［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数$f(x)=|x-1|+|ax+1|$.

（Ⅰ）当 $a=2$ 时，解不等式$f(x)\leq5$；

（Ⅱ）当 $a=1$ 时，若存在实数 x，使得 $2m-1>f(x)$成立，求实数 m 的取值范围.

天一大联考
2020—2021 学年高三年级上学期期末考试
理科数学·答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1. **答案** A

命题意图 本题考查集合的运算及不等式的解法.

解析 依题意得，集合 $A=\{x|-4\leqslant x<3\}$，$B=\{x|x\geqslant -1\}$，于是 $A\cap B=[-1,3)$.

2. **答案** B

命题意图 本题考查复数的有关概念和复数的运算.

解析 设 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$，则 $\bar{z}=a-bi$，依题意知 $a+bi+2(a-bi)=3-i$，根据复数相等的意义得 $a=b=1$，于是 $z=1+i$，所以 $|z|=\sqrt{2}$.

3. **答案** B

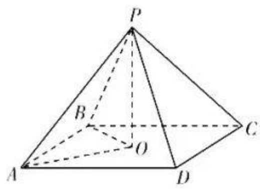
命题意图 本题考查二项式定理的应用.

解析 $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^n$ 的通项为 $T_{r+1}=C_n^r(x^2)^{n-r}\left(\dfrac{1}{x}\right)^r=C_n^r x^{2n-3r}$，由题意知存在 n,r 使得 $2n-3r=0$，则 n 必须是 3 的倍数，故 n 可能为 6.

4. **答案** D

命题意图 本题考查空间几何体的结构特征.

解析 如图所示，点 P 为正四棱锥的顶点，点 O 是底面中心，设 $AB=a$，则 $OA=OB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. 因为侧棱与底面所成的角为 $45°$，即 $\angle PAO=\angle PBO=45°$，所以 $PA=PB=a$，所以侧面 $\triangle PAB$ 的面积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$，底面正方形 $ABCD$ 的面积为 a^2，因此该正四棱锥的一个侧面与底面的面积之比为 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.



5. **答案** D

命题意图 本题考查不等式的性质.

解析 $\because \dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}>0$，$\therefore b>a>0$，容易判断①④正确.

6. **答案** C

命题意图 本题考查计数原理以及古典概型的概率计算.

解析 从 4 双鞋子中随机抽取 3 只，共有 $C_8^3=56$ 种方法，这 3 只鞋子中任何两只都不成双的情况有 $C_4^3\times 2^3=32$ 种，因此所求的概率为 $\dfrac{32}{56}=\dfrac{4}{7}$.

7. **答案** D

命题意图 本题考查三角函数的图象与性质.

解析 根据题意知 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高为 2，$\dfrac{1}{2}AB\times 2=1$，因此 $AB=1$，设 $f(x)$ 的最小正周期为 T，则 $\dfrac{T}{2}=\dfrac{\pi}{\omega}=1$，所以 $\omega=\pi$.

8. **答案** A

命题意图 本题考查偶函数的性质以及利用导数研究函数的单调性.

解析 由$f(x)=f(-x)$可知$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的偶函数,$f'(x)=e^x-e^{-x}-\sin x$,令$g(x)=f'(x)$,则$g'(x)=e^x+e^{-x}-\cos x>0$,所以$g(x)$单调递增,因此在$(0,+\infty)$上$g(x)>g(0)=0$,所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增.$f(2m)>f(m-2)$等价于$|2m|>|m-2|$,解得$m>\frac{2}{3}$或$m<-2$.

9. **答案** B

命题意图 本题考查正弦定理和余弦定理的应用.

解析 因为a,b,c依次成等差数列,所以$2b=a+c$,又$a+b+c=15$,因此$b=5$,将$(\sin A+\sin B)^2+\cos^2C=1+\sin A\sin B$整理得$\sin^2C=\sin^2A+\sin^2B+\sin A\sin B$,再结合正弦定理得$c^2=a^2+b^2+ab$,将$c=2b-a$代入得$(2b-a)^2=a^2+b^2+ab$,即$3b^2-5ab=0$,而$b=5$,因此$a=3,c=7$,由余弦定理得$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{9+49-25}{2\times3\times7}=\frac{11}{14}$.

10. **答案** A

命题意图 本题考查三棱锥与外接球的问题.

解析 由$AB=AC=2\sqrt{14}$,$BC=2\sqrt{7}$得$\cos\angle BAC=\frac{56+56-28}{2\times56}=\frac{3}{4}$,从而$\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{7}}{4}$,设$\triangle ABC$的外接圆半径为$r$,则$2r=\frac{BC}{\sin\angle BAC}=\frac{2\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}$,所以$r=4$,则球心到平面$ABC$的距离等于$\sqrt{5^2-4^2}=3$,所以动点$P$到平面$ABC$距离的最大值为$5+3=8$,而$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{2}\times2\sqrt{14}\times2\sqrt{14}\times\frac{\sqrt{7}}{4}=7\sqrt{7}$,故三棱锥$P-ABC$体积的最大值为$\frac{1}{3}\times8\times7\sqrt{7}=\frac{56\sqrt{7}}{3}$.

11. **答案** C

命题意图 本题考查直线与圆的方程,直线与圆的位置关系.

解析 因为直线$3x+y-6=0$与$x-3y+8=0$垂直,且交点为$(1,3)$,所以以AB为直径的圆恒过点$(1,3)$,又圆C与x轴相切,所以圆C的面积最小时,其直径恰好为点$(1,3)$到x轴的距离,此时直径为3,所以圆C面积的最小值为$\frac{9\pi}{4}$.

12. **答案** C

命题意图 本题考查三角函数的性质和三角恒等变换的应用.

解析 由$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{1}{2}$,$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$可得$8\sin^2\alpha-4\sin\alpha-3=0$,$8\cos^2\alpha+4\cos\alpha-3=0$,同理可得$8\cos^2\beta-4\cos\beta-3=0$,$8\sin^2\beta+4\sin\beta-3=0$.若$\sin\alpha=\cos\beta$,则$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$或$\alpha+\beta=\frac{5\pi}{2}$,此时$\sin(\alpha+\beta)=1$.若$\sin\alpha\neq\cos\beta$,则$\sin\alpha,\cos\beta$是方程$8x^2-4x-3=0$的两个实根,所以$\sin\alpha\cos\beta=-\frac{3}{8}$,同时$\cos\alpha,\sin\beta$是方程$8x^2+4x-3=0$的两个实根,所以$\cos\alpha\sin\beta=-\frac{3}{8}$,故$\sin(\alpha+\beta)=-\frac{3}{4}$.

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. **答案** $\frac{3}{2}$

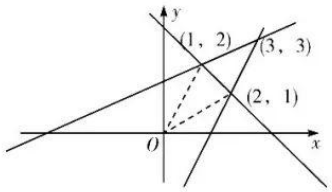
命题意图 本题考查平面向量的坐标运算.

解析 依题意$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,-1)$,$\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2\lambda-1,2\lambda+3)$,因为$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,所以$3(2\lambda-1)+(-2\lambda-3)=0$,解得$\lambda=\frac{3}{2}$.

14. **答案** $\left[2,\frac{5}{2}\right]$

命题意图 本题考查不等式组与简单的线性规划.

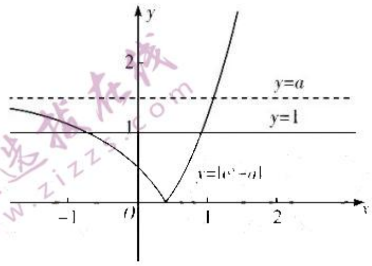
解析 $\frac{y}{x}$相当于可行域内的一点(x,y)与原点连线的斜率，画出可行域，如图所示，当$x=2,y=1$时，$\frac{y}{x}$取得最小值$\frac{1}{2}$，当$x=1,y=2$时，$\frac{y}{x}$取得最大值2，设$t=\frac{y}{x}$，则$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=t+\frac{1}{t}$，由$t\in\left[\frac{1}{2},2\right]$知$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=t+\frac{1}{t}\in\left[2,\frac{5}{2}\right]$.



15. **答案** $(1,+\infty)$

命题意图 本题考查函数的零点及数形结合思想.

解析 $f(x)$的零点个数等价于曲线$y=|e^x-a|$与直线$y=1$的交点个数，作出图象如图所示，由题意可知$a>1$.



16. **答案** $2\sqrt{2}$

命题意图 本题考查双曲线的基本性质和相关计算.

解析 设$P(x_0,y_0)$，两条渐近线方程分别为$x-\sqrt{2}y=0$和$x+\sqrt{2}y=0$，因此$d_1d_2=\frac{|x_0-\sqrt{2}y_0|}{\sqrt{3}}\cdot\frac{|x_0+\sqrt{2}y_0|}{\sqrt{3}}=\frac{|x_0^2-2y_0^2|}{3}$，因为点$P(x_0,y_0)$在双曲线$C:\frac{x^2}{2}-y^2=1$上，所以$x_0^2-2y_0^2=2$，因此$d_1d_2=\frac{2}{3}$，所以$3d_1+d_2\geq 2\sqrt{3d_1d_2}=2\sqrt{2}$，当且仅当$d_1=\frac{\sqrt{2}}{3},d_2=\sqrt{2}$时等号成立.

三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查数列的通项和数列的求和.

解析 （Ⅰ）因为$\frac{S_n}{a_n}$和$\frac{2}{a_n}$的等差中项为1，

所以$\frac{S_n}{a_n}+\frac{2}{a_n}=2$，即$S_n=2a_n-2$，…………（1分）

当$n\geq 2$时，$S_{n-1}=2a_{n-1}-2$.

两式相减得$S_n-S_{n-1}=2a_n-2a_{n-1}$，整理得$a_n=2a_{n-1}$. …………（3分）

在$S_n=2a_n-2$中，令$n=1$得$a_1=2$，

所以，数列$\{a_n\}$是以2为首项，2为公比的等比数列，…………（5分）

因此$a_n=2\times 2^{n-1}=2^n$. …………（6分）

(Ⅱ) $b_n=\log_4 a_{n+1}=\frac{n+1}{2}$. ……………………………………………………………………(7分)

则 $\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{4}{(n+1)(n+2)}=4\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$. ……………………………………………(9分)

所以 $T_n=4\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)=4\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{2n}{n+2}$. …………………(12分)

18. **命题意图** 本题考查空间的垂直关系和线面角的计算.

解析 (Ⅰ)由题意可得 $BD^2=AD^2+AB^2-2AB\times AD\cos\angle BAD=16$,

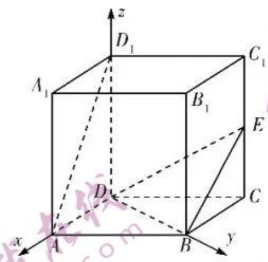
所以 $AD^2+BD^2=AB^2$,因此 $AD\perp BD$. ……………………………………………………………(2分)

在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$DD_1\perp$平面 $ABCD$,所以 $DD_1\perp BD$. ……………………………(3分)

又因为 $AD\cap DD_1=D$,所以 $BD\perp$平面 ADD_1, ……………………………………………………(4分)

因为 $BD\subset$平面 DBE,所以平面 $DBE\perp$平面 ADD_1. ……………………………………………(5分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)知,DA,DB,DD_1 两两垂直,以 D 为原点,DA,DB,DD_1 所在直线为 x,y,z 轴建立如图所示的空间直角坐标系. ……………………………………………………………………………………(6分)



则 $D(0,0,0),A(3,0,0),D_1(0,0,4),B(0,4,0)$.

由 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ 可得 $C(-3,4,0)$,所以 $E(-3,4,2)$. ……………………………………………(7分)

则 $\overrightarrow{AD_1}=(-3,0,4),\overrightarrow{DB}=(0,4,0),\overrightarrow{DE}=(-3,4,2)$,

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 BDE 的一个法向量,

则 $\begin{cases}\overrightarrow{DB}\cdot\boldsymbol{n}=4y=0,\\ \overrightarrow{DE}\cdot\boldsymbol{n}=-3x+4y+2z=0,\end{cases}$ 令 $x=2$,可得 $\boldsymbol{n}=(2,0,3)$. ……………………………(10分)

设直线 AD_1 和平面 BDE 所成的角为 θ,

则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{AD_1},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\overrightarrow{AD_1}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{AD_1}||\boldsymbol{n}|}=\frac{-6+12}{5\times\sqrt{13}}=\frac{6\sqrt{13}}{65}$. ……………………………………(12分)

19. **命题意图** 本题考查程序框图的基本逻辑结构、概率的计算,极大似然法的应用.

解析 (Ⅰ)当输入 $x=12$ 时,因为12能被3整除,所以输出 $y=1$; ………………………………(2分)

当输入 $x=20$ 时,因为20不能被3整除,能被4整除,所以输出 $y=2$. ………………………………(4分)

(Ⅱ)当 x 为3,6,9,12,15,18,21,24这8个数时,输出 $y=1$,所以 $P_1=\frac{1}{3}$; ……………………………(6分)

当 x 为4,8,16,20这4个数时,输出 $y=2$,所以 $P_2=\frac{1}{6}$; ……………………………………………(8分)

当 x 为其余12个数时,输出 $y=3$,所以 $P_3=\frac{1}{2}$. ……………………………………………………(9分)

故 y 的分布列为

y	1	2	3
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

……………………………………………………………………………………………………(10分)

(Ⅲ)程序输出 y 的值为 1,2,3 的频率分别为$\frac{395}{1\ 200},\frac{402}{1\ 200},\frac{403}{1\ 200}$,可近似地认为都是$\frac{1}{3}$,与(Ⅱ)中所得的概率分布相差较大,故推测该同学编写的程序不正确. ……………………………………………… (12 分)

20. **命题意图** 本题考查椭圆和抛物线的标准方程和性质.

解析 (Ⅰ)设 $C_1:\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1(a>b>0)$,

根据条件可知 $\sqrt{a^2-b^2}=2\sqrt{2}$,且$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,得 $a^2=12,b^2=4$,

所以 C_1 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{12}=1$. ……………………………………………… (3 分)

曲线 C_2 是以$\left(\frac{9}{4},0\right)$为焦点,$x=-\frac{9}{4}$为准线的抛物线,

故 C_2 的标准方程为 $y^2=9x$. ……………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)联立$\begin{cases}3x^2+y^2=12,\\ y^2=9x,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\ y=\pm 3,\end{cases}$不妨取 $P(1,3)$. ……………………… (6 分)

若直线 l 的斜率不存在,Q 和 R 重合,不符合条件. ……………………… (7 分)

故可设直线 $l:y=k(x-1)+3$,由题意可知 $k\neq 0$.

联立$\begin{cases}y=kx+3-k,\\ y^2=9x,\end{cases}$可得 $y_Q=\frac{9-3k}{k}$. ……………………………………… (8 分)

联立$\begin{cases}y=kx+3-k,\\ 3x^2+y^2=12,\end{cases}$可得 $y_R=\frac{9-3k^2-6k}{3+k^2}$. ……………………………… (9 分)

因为$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{RP}$,所以 P 是 QR 的中点,所以$\frac{y_Q+y_R}{2}=3$,

即$\frac{9-3k}{k}+\frac{9-3k^2-6k}{3+k^2}=6$. ……………………………………………… (10 分)

解得 $k=1$. ……………………………………………… (11 分)

所以直线 l 的方程为 $y=x+2$,其与 x 轴的交点坐标为$(-2,0)$. ……………………… (12 分)

21. **命题意图** 本题考查导数的几何意义以及利用导数研究函数性质.

解析 (Ⅰ)若 $a=0$,则 $f(x)=\ln(x+1),g(x)=e^x$.

所以 $f'(x)=\frac{1}{x+1},g'(x)=e^x$, ……………………………………………… (1 分)

曲线 $y=f(x)$ 在点$(x_0,f(x_0))$处的切线方程为 $y=\frac{1}{x_0+1}(x-x_0)+\ln(x_0+1)$, ……………… (2 分)

令 $g'(x)=e^x=\frac{1}{x_0+1}$,则 $x=\ln\frac{1}{x_0+1}$,曲线 $y=g(x)$ 在点$\left(\ln\frac{1}{x_0+1},\frac{1}{x_0+1}\right)$处的切线方程为 $y=\frac{1}{x_0+1}[x+\ln(x_0+1)]+\frac{1}{x_0+1}$, ……………………………………………… (4 分)

由题意知$\frac{1}{x_0+1}(x-x_0)+\ln(x_0+1)=\frac{1}{x_0+1}[x+\ln(x_0+1)]+\frac{1}{x_0+1}$, ……………… (5 分)

整理可得$\frac{x_0}{x_0+1}\ln(x_0+1)=1$,$x_0=0$ 显然不满足,

因此 $\ln(x_0+1)=\frac{x_0+1}{x_0}$. ……………………………………………… (6 分)

(Ⅱ)令 $h(x)=g(x)-f(x)=e^{x-a}-\ln(x+1)-a$.

若 $a>0$,$h(0)=e^{-a}-a<e^0-0=1$,不符合条件; ……………………………… (7 分)

若 $a=0$,$h(x)=e^x-\ln(x+1)$,$h'(x)=e^x-\frac{1}{x+1}$, ……………………………… (8 分)

当 $x\in(-1,0)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减，当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，所以 $h(x)\geqslant h(0)=1$，符合条件；……（10 分）

若 $a<0$，则 $h(x)=e^{x-a}-\ln(x+1)-a>e^{x}-\ln(x+1)\geqslant 1$，符合条件. ……（11 分）

所以 a 的取值范围是 $(-\infty,0]$. ……（12 分）

22. **命题意图** 本题考查直线的参数方程的意义，以及极坐标方程的求法.

解析 （Ⅰ）设直线 l_1 和 l_2 的倾斜角分别为 β 和 γ，

由参数方程知 $\tan\beta=-\frac{3}{4}$，$\tan\gamma=-3$，……（2 分）

则 $\tan\alpha=\tan(\beta-\gamma)=\frac{\tan\beta-\tan\gamma}{1+\tan\beta\tan\gamma}=\frac{9}{13}$. ……（5 分）

（Ⅱ）令 $3+\frac{3}{5}t=0$，得 $-3-\frac{4}{5}t=1$，所以 $A(1,0)$，……（6 分）

令 $3+\frac{3\sqrt{10}}{10}s=0$，得 $-3-\frac{\sqrt{10}}{10}s=-2$，所以 $B(-2,0)$，……（7 分）

所以圆 A 的直角坐标方程为 $(x-1)^2+y^2=9$，即 $x^2+y^2-2x=8$，……（8 分）

所以圆 A 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta=8$. ……（10 分）

23. **命题意图** 本题考查绝对值不等式.

解析 （Ⅰ）当 $a=2$ 时，$f(x)=|x-1|+|2x+1|=\begin{cases}3x,x\geqslant 1,\\ x+2,-\frac{1}{2}<x<1,\\ -3x,x\leqslant-\frac{1}{2},\end{cases}$ ……（2 分）

当 $x\geqslant 1$ 时，由 $3x\leqslant 5$ 得 $1\leqslant x\leqslant\frac{5}{3}$；

当 $-\frac{1}{2}<x<1$ 时，由 $x+2\leqslant 5$ 得 $-\frac{1}{2}<x<1$；

当 $x\leqslant-\frac{1}{2}$ 时，由 $-3x\leqslant 5$ 得 $-\frac{5}{3}\leqslant x\leqslant-\frac{1}{2}$.

综上所述，不等式 $f(x)\leqslant 5$ 的解集为 $\left\{x\,\middle|\,-\frac{5}{3}\leqslant x\leqslant\frac{5}{3}\right\}$ ……（5 分）

（Ⅱ）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x-1|+|x+1|\geqslant|x+1+1-x|=2$，

当且仅当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，等号成立，即 $f(x)$ 的最小值为 2. ……（7 分）

因为存在实数 x，使得 $2m-1>f(x)$ 成立，所以 $2m-1>2$. ……（9 分）

解得 $m>\frac{3}{2}$，因此 m 的取值范围是 $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$. ……（10 分）