

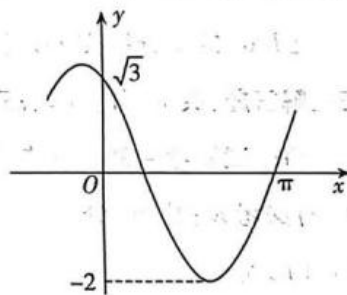
7. 蒙特卡洛方法是第二次世界大战时期兴起和发展起来的,它的代表人物是冯·诺依曼,这种方法在物理、化学、生物、社会学等领域中都得到了广泛的应用.在概率统计中我们称利用随机模拟解决问题的方法为蒙特卡洛方法.甲、乙两名选手进行比赛,采用三局两胜制决出胜负.若每局比赛甲获胜的概率为0.6,乙获胜的概率为0.4,利用随机模拟的方法估计甲最终赢得比赛的概率,由计算机随机产生0~4之间的随机数,约定出现随机数0、1或2时表示一局比赛甲获胜,现产生了20组随机数如下:312 012 311 233 003 342 414 221 041 231 423 332 401 430 014 321 223 040 203 243,则依此可估计甲选手最终赢得比赛的概率为

- A. 0.6 B. 0.65 C. 0.7 D. 0.648

8. 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\cos^2(\frac{\omega}{2}x) - \sin\omega x - \sqrt{3}$ ($\omega > 0$) 的图像

如图所示,则 ω 的值为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{7}{6}$



9. 已知函数 $f(x) = 2^{1-x} - 1$, 记 $a = f(\log_{0.5}3)$, $b = f(\log_5 3)$, $c = f(\lg 6)$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $b < c < a$ B. $c < b < a$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$

10. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle ABC$ 是边长为 $4\sqrt{3}$ 的正三角形,若三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为 100π ,则三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为

- A. $8\sqrt{3}$ B. $32\sqrt{3}$ C. $64\sqrt{3}$ D. $96\sqrt{3}$

11. 若对任意的 $x_1, x_2 \in (m, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$, $\frac{x_1 \ln x_2 - x_2 \ln x_1}{x_1 - x_2} > 1$, 则 m 的取值范围是

- A. $[\frac{1}{e}, e)$ B. $[\frac{1}{e}, +\infty)$ C. $[e, +\infty)$ D. $[e^2, +\infty)$

12. 已知棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 CC_1, C_1D_1 的中点, P 为线段 B_1D_1 上的一个动点, 有下述四个结论:

① 直线 MN 与 BD_1 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

② 平面 BMN 截正方体所得截面的面积为 $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

③ 点 B 到平面 PAC 的最大距离为 $\sqrt{2}$

④ 存在点 P , 使得 $PA \parallel$ 平面 BMN

则正确结论的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

高三理科数学 第2页(共4页)

二、填空题:本题共4个小题,每小题5分,共20分。

13. 已知向量 $a = (-1, k)$, $b = (2, \sqrt{2})$, 若 $a \perp b$, 则 $|a+b| =$ _____.

14. $(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{2x})^8$ 的展开式中常数项为 _____ (用数字作答).

15. 双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 以 F_1 为圆心, $|OF_1|$ 为半径作圆 F_1 , 过 F_2 作圆 F_1 的切线, 切点为 T . 延长 F_2T 交 E 的左支于 P 点, 若 M 为线段 PF_2 的中点, 且 $|MO| + |MT| = 2a$, 则双曲线 E 的离心率为 _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $b = 2\sqrt{3}$, 且 $\sin^2 A + \sin^2 C + \sin A \sin C = \sin^2 B$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 D . 当 $\triangle ABC$ 的面积最大时, AD 的长为 _____.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生根据要求作答。

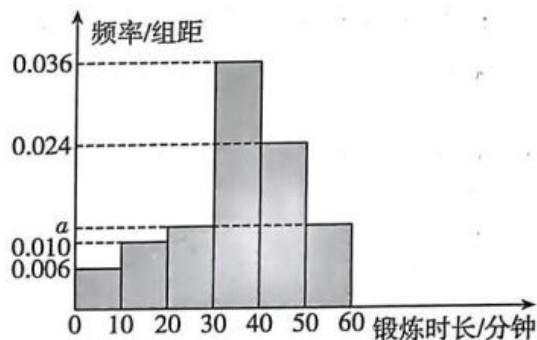
(一)必考题:共60分。

17. (12分)

某校为了调查网课期间学生在家锻炼身体的情况,随机抽查了150名学生,并统计出他们在家锻炼时长,得到频率分布直方图如图所示.

(1)求 a 的值,并估计锻炼时长的平均数(同一组数据用该组区间的中点值代替);

(2)从锻炼时长分布在 $[20, 30)$, $[30, 40)$, $[40, 50)$, $[50, 60]$ 的学生中按分层抽样的方法抽出7名学生,再从这7名学生中随机抽出3人,记3人中锻炼时长超过40分钟的学生人数为 X ,求 X 的分布列和数学期望.



18. (12分)

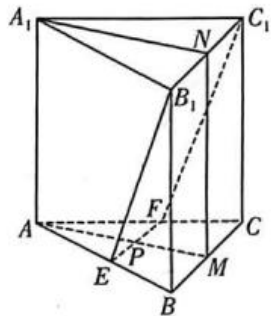
已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前项和为 S_n , $a_1 = \lambda - 2$, $2S_n = \lambda a_{n+1} + 1 (\lambda \neq 0 \text{ 且 } \lambda \neq -2)$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若 $b_n = -(n+1)a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前项和 T_n .

19. (12分)

如图,正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=AB=2$, M, N 分别为棱 BC, B_1C_1 的中点, P 为 AM 上的一点,过 P, B_1, C_1 三点的平面交 AB, AC 于点 E, F .



(1) 证明:平面 $AMNA_1 \perp$ 平面 EFC_1B_1 ;

(2) 若平面 MEB_1 与平面 $AMNA_1$ 所成锐二面角大小为 $\frac{\pi}{6}$, 求 $\frac{AP}{AM}$ 的值.

20. (12分)

已知对称轴都在坐标轴上的椭圆 C 过点 $A(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{15}}{4})$ 与点 $B(2, 0)$, 过点 $(1, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 P, Q 两点, 直线 BP, BQ 分别交直线 $x=3$ 于 E, F 两点.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) $\vec{PE} \cdot \vec{QF}$ 是否存在最小值? 若存在, 求出最小值; 若不存在, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x + a(x^2 - 3x + 2)$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程;

(2) 当 $x > 1$ 时, $f(x) > 0$, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + t, \\ y = 5 + \sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sin\theta$.

(1) 求直线 l 的普通方程及曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设点 M 的直角坐标为 $(\sqrt{3}, 5)$, 直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x+a| + |x+3a|$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求不等式 $f(x) < 4$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 2, 且 $(a-m)(a+m) = \frac{4}{n^2}$, 求 $\frac{1}{m^2} + n^2$ 的最小值.

高三理科数学 第4页(共4页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

