

# 南宁市 2023 届高中毕业班第二次适应性测试

## 理科数学

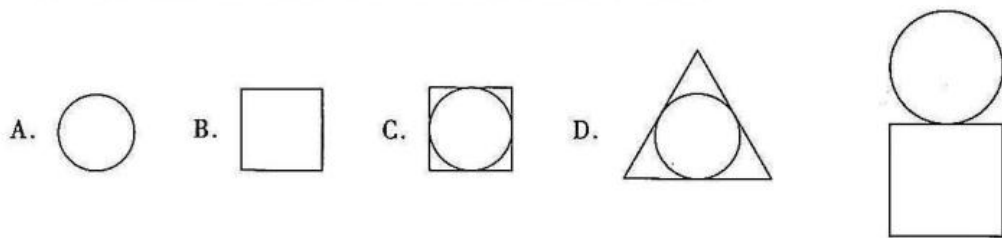
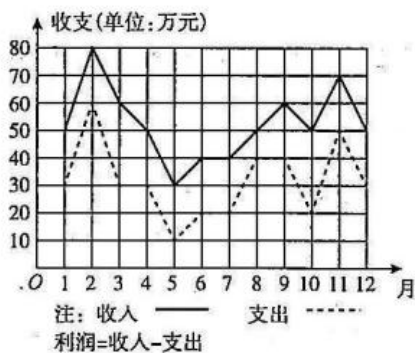
本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

### 注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

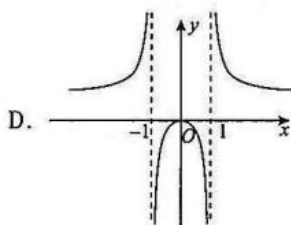
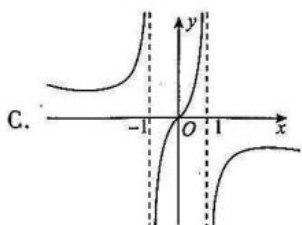
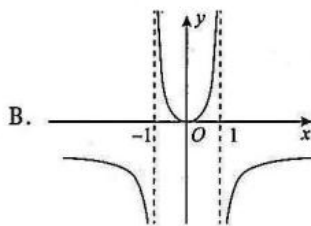
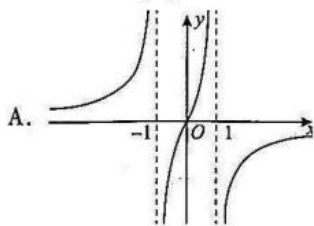
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知复数  $z = \frac{3-i^3}{2-i} + i$ ，则  $z$  的虚部为 ( )  
 A.  $\frac{6}{5}$                       B.  $2i$                       C.  $2$                       D.  $\frac{6}{5}i$
- 已知集合  $A = \{x | y = \sqrt{2-x^2}\}$ ， $B = \{x | -1 < x < 2\}$ ，则  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$  ( )  
 A.  $[-\sqrt{2}, 1]$               B.  $[-\sqrt{2}, -1]$               C.  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$               D.  $(-\sqrt{2}, -1)$
- 某商场一年中各月份的收入、支出情况的统计如图所示，则下列说法中不正确的是 ( )  
 A. 支出最高值与支出最低值的比是 6:1  
 B. 利润最高的月份是 2 月份  
 C. 第三季度平均收入为 50 万元  
 D. 1~2 月份的支出的变化率与 10~11 月份的支出的变化率相同
- 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ ，且  $3\cos 2\alpha - 4\cos \alpha + 1 = 0$ ，则  $\sin 2\alpha =$  ( )  
 A.  $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$                       B.  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$   
 C.  $\frac{2\sqrt{5}}{9}$                       D.  $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$
- 一个几何体的正视图如图所示，则该几何体的俯视图不可能是 ( )



【南宁市 2023 届高中毕业班第二次适应性测试理科数学 第 1 页 (共 4 页)】

6. 函数  $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{1 - x^2}$  的图象大致是 ( )

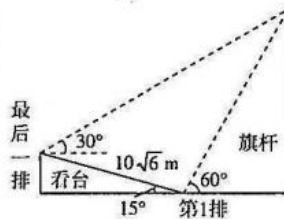


7. 现从3个男生2个女生共5人中任意选出3人参加某校高三年级的百日誓师大会,若选出的3人中,在有1人是女生的条件下,另2人是男生的概率为 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{3}{5}$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D.  $\frac{1}{3}$

8. 某校成人礼开幕式上举行升旗仪式,在坡度为  $15^\circ$  的看台上,同一列上的第一排和最后一排测得旗杆顶部的仰角分别为  $60^\circ$  和  $30^\circ$ ,第一排和最后一排的距离为  $10\sqrt{6}$  m (如图),则旗杆的高度为 ( )

- A. 10m                      B.  $10\sqrt{3}$  m  
C.  $10\sqrt{6}$  m                      D. 30m



9. 已知椭圆  $C_1$  与双曲线  $C_2$  有共同的焦点  $F_1(-\sqrt{3},0), F_2(\sqrt{3},0)$ , 离心率分别为  $e_1, e_2$ , 点  $P$  为椭圆  $C_1$  与双曲线  $C_2$  在第一象限的公共点, 且  $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$ , 若  $e_2 = \sqrt{3}$ , 则椭圆  $C_1$  的方程为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

10. 已知函数  $f(x) = a \ln x - \frac{b}{x}$  的极值点为 1, 且  $f'(2) = 1$ , 则  $f(x)$  的极小值为 ( )

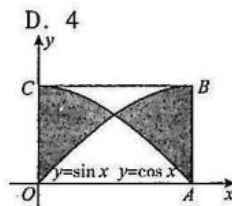
- A. -1                      B. -a                      C. b                      D. 4

11. 如图,在矩形  $OABC$  中的曲线分别是  $y = \sin x, y = \cos x$  的一部分,

$A(\frac{\pi}{2}, 0), C(0,1)$ , 在矩形  $OABC$  内随机取一点,若此点取自阴影部分

的概率为  $P_1$ , 取自非阴影部分的概率为  $P_2$ , 则 ( )

- A.  $P_1 > P_2$                       B.  $P_2 > P_1$   
C.  $P_1 = P_2$                       D. 大小关系不能确定



12. 设  $a = \sin(\cos 2), b = \cos(\cos 2), c = \ln(\cos 1)$ , 则 ( )

- A.  $a < b < c$                       B.  $a < c < b$                       C.  $c < b < a$                       D.  $c < a < b$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量  $\vec{a} = (2, -m)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$ , 且满足  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.
14. 已知圆  $O: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$  和直线  $l: x+2y-9=0$ , 则与直线  $l$  平行且与圆  $O$  相切的直线方程为 \_\_\_\_\_.
15. 蹴鞠, 又名“蹴球”“蹴圆”等, “蹴”有用脚蹴、踢的含义, 鞠最早系外包皮革、内饰米糠的球, 因而“蹴鞠”就是指古人以脚蹴、踢皮球的活动, 类似今日的足球. 现已知某“鞠”的表面上有四个点  $A, B, C, D$  满足  $AB = BC = CD = DA = DB = \frac{4\sqrt{3}}{3}$  cm,  $AC = 2\sqrt{3}$  cm, 则该“鞠”的表面积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .
16. 已知当  $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  时, 有  $\frac{1}{1+2x} = 1 - 2x + 4x^2 - \dots + (-2x)^n + \dots$ , 若对任意的  $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  都有  $\frac{x}{(1-x^3)(1+2x)} = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n + \dots$ , 则  $a_9 =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题，考生根据要求作答.

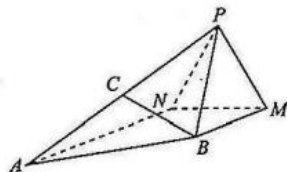
(一) 必考题：共 60 分。

17. 记  $S_n$  为各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $S_3 = 7$  且  $a_3, 3a_2, a_4$  成等差数列.

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;  
(2) 设  $b_n = a_n \log_2 a_{n+1}^2$ , 求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. 如图, 在四棱锥  $P-ABMN$  中,  $\triangle PMN$  是边长为 1 的正三角形, 面  $PMN \perp$  面  $AMN$ ,  $AN \parallel BM$ ,  $AN \perp NP$ ,  $AN = 2BM = 2$ ,  $C$  为  $PA$  的中点.

- (1) 求证:  $BC \parallel$  平面  $PMN$ ;  
(2) 线段  $PA$  上是否存在点  $F$ , 使二面角  $F-MN-P$  的余弦值为  $\frac{\sqrt{201}}{67}$ , 若存在, 求  $PF$ . 若不存在, 请说明理由.



19. 随着科技的不断发展, “智能手机”已成为人们生活中不可缺少的必需品, 下表是年广西某地市手机总体出货量 (单位: 万部) 统计表.

年份	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
年份代码 $x$	1	2	3	4	5
手机总体出货量 $y$ / 万部	4.9	4.1	3.9	3.2	3.5

并计算求得  $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -3.7$

- (1) 已知该市手机总体出货量  $y$  与年份代码  $x$  之间可用线性回归模型拟合, 求  $y$  关于  $x$  的线性回归方程;  
(2) 预测 2023 年该市手机总体出货量.

【南宁市 2023 届高中毕业班第二次适应性测试理科数学 第 3 页 (共 4 页)】



附：线性回归方程  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$  中斜率与截距的最小二乘估计公式分别为  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ，  
 $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ 。

20. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  经过点  $P(1, -2)$ ，过点  $Q(0, -1)$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  有两个不同交点  $A, B$ ，且直线  $PA$  交  $y$  轴于  $M$ ，直线  $PB$  交  $y$  轴于  $N$ 。

(1) 求直线  $l$  斜率的取值范围；全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

(2) 证明：存在定点  $T$ ，使得  $\overrightarrow{QM} = \lambda \overrightarrow{QT}$ ， $\overrightarrow{QN} = \mu \overrightarrow{QT}$  且  $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = -4$ 。

21. 已知函数  $f(x) = e^x - ax^2 + 2ax - 1$ ，其中  $a$  为常数， $e$  为自然对数底数， $e = 2.71828\cdots$ ，若函数  $f(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ 。

(1) 求实数  $a$  的取值范围；

(2) 证明： $\sqrt{x_1 - 1} + \sqrt{x_2 - 1} > 2$ 。

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做则按所做的第一题记分。

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知曲线  $C: \begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数)，直线  $l: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$  ( $t$  为参数)，

以坐标原点为极点， $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系。

(1) 求曲线  $C$  和直线  $l$  的极坐标方程；

(2) 点  $P$  在直线  $l$  上，射线  $OP$  交曲线  $C$  于点  $R$ ，点  $Q$  在射线  $OP$  上，且满足  $5|OR|^2 = 4|OP||OQ|$ ，求点  $Q$  的轨迹的直角坐标方程。

23. 已知  $a, b, c$  均为正数，且  $a^2 + 2b^2 + 3c^2 = 4$ ，证明：

(1) 若  $a = c$ ，则  $ab \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ；

(2)  $a + 2b + 3c \leq 2\sqrt{6}$ 。

【南宁市 2023 届高中毕业班第二次适应性测试理科数学 第 4 页 (共 4 页)】

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线

