

2022—2023 学年高三考前定位考试

理科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid x \geq 1\}$, $B = \{x \mid |x| \leq 2\}$, 则 $A \cup B =$
 A. $[1, +\infty)$ B. $[1, 2]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[-2, +\infty)$
2. 若复数 $z = \frac{m+2i}{1-i}$ 在复平面内对应的点位于第二象限，则实数 m 的取值范围是
 A. $(-2, 2)$ B. $(-2, 1)$
 C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & 0 < x < 1, \\ 4^{x-2}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $f(f(1)) =$
 A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
4. 将函数 $f(x)$ 的图象上所有点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，然后横坐标伸长为原来的 2 倍，纵坐标不变，得到函数 $y = \sin x$ 的图象，则 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 上的值域为
 A. $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ B. $[-\frac{1}{2}, 1]$ C. $[\frac{1}{2}, 1]$ D. $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$
5. 已知 $(ax - \frac{1}{\sqrt{x}})^9$ 的展开式中的常数项是 672，则 $a =$
 A. 3^9 B. 2^9 C. 2 D. 1
6. 已知等腰梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$, $AB = 2DC = 2AD = 2$, BC 的中点为 E , 则 $\vec{AE} =$
 A. $\frac{1}{3}\vec{DB} + \frac{5}{3}\vec{AC}$ B. $\frac{1}{3}\vec{DB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$ C. $\frac{1}{3}\vec{DB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$ D. $\frac{2}{3}\vec{DB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$

7. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB=4$, $AC=4$, $BC=4\sqrt{2}$, $PA=6$, D 为 PB 的中点, 则异面直线 AD 与 PC 所成角的余弦值为
- A. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{5}{14}$ D. $\frac{9}{13}$
8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -ae^x, & x < a, \\ -(x-2)^2, & x \geq a \end{cases}$ 的最大值为 0, 则实数 a 的取值范围为
- A. $[0, 2]$ B. $[0, 1]$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[0, 2)$
9. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\sin A = \sin B \cos C$ 且 $c = 2\sqrt{3}$, $A = \frac{\pi}{6}$, 则 $\frac{c+a}{\sin C + \sin A} =$
- A. $8\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 8 D. 4
10. 2022 年卡塔尔世界杯上, 32 支球队分成 8 个小组, 每个小组的前两名才能出线, 晋级到 1/8 决赛. 某参赛队在开赛前预测: 本队获得小组第一的概率为 0.6, 获得小组第二的概率为 0.3; 若获得小组第一, 则 1/8 决赛获胜的概率为 0.9, 若获得小组第二, 则 1/8 决赛获胜的概率为 0.3. 那么在已知该队小组出线的条件下, 其 1/8 决赛获胜的概率为
- A. 0.54 B. 0.63 C. 0.7 D. 0.9
11. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 P 是 C 上异于原点 O 的任意一点, 线段 PF 的中点为 M , 则以 F 为圆心且与直线 OM 相切的圆的面积最大值为
- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$
12. 已知函数 $f(x) = x^3 - x + a$ 的图象关于原点对称, 则与曲线 $y = f(x)$ 和 $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 均相切的直线 l 有
- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 十九世纪初, 我国数学家董祐诚在研究椭圆求周长时曾说: “椭圆求周旧无其术, 秀水朱先生鸿为言圆柱斜剖成椭圆, 是可以勾股形求之.” 也就是说可以通过斜截圆柱法得到椭圆. 若用一个与圆柱底面成 60° 的平面截该圆柱, 则截得的椭圆的离心率为_____.
14. 若 $\left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos \alpha = \frac{5}{2}$, 则 $\cos\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) =$ _____.
15. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{\ln(e^{2^x} + 1) - ax}$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 则实数 $a =$ _____.
16. 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 1$, $AA_1 = 3$, 点 P 为侧棱 DD_1 上一点, 过 A, C 两点作垂直于 BP 的截面, 以此截面为底面, 以 B 为顶点作棱锥, 则该棱锥的外接球的表面积取值范围是_____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7 = 8a_4$, 且 $\frac{1}{2}a_2, a_3 - 4, a_4 - 12$ 成等差数列.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = (-1)^n \log_2 a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求满足 $|T_k| = 20$ 的 k 的值.

18. (12 分)

小王去自动取款机取款, 发现自己忘记了 6 位密码的最后一位数字, 他决定从 0 ~ 9 中不重复地随机选择 1 个进行尝试, 直到输对密码, 或者输错三次银行卡被锁定为止.

(I) 求小王的该银行卡被锁定的概率;

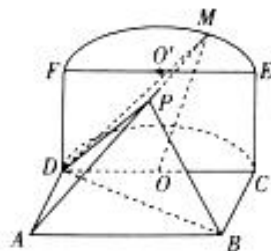
(II) 设小王尝试输入该银行卡密码的次数为 X , 求 X 的分布列、数学期望及方差.

19. (12 分)

如图, 矩形 $ABCD$ 与半圆柱 $O'O$ 相接, 半圆柱的轴截面 $DCEF \perp$ 平面 $ABCD$, 线段 DC 的中点为 O , M 是 \widehat{EF} 上一点, $AD = 1, AB = 2, OM$ 与底面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$.

(I) 在线段 AM 上有一点 P 满足 $AP = 2PM$, 证明: $MO \parallel$ 平面 PBD ;

(II) 若 $\widehat{FM} = 2\widehat{ME}$, 求平面 AMD 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = (x-1)e^x - ax^2$.

(I) 当 $a = \frac{e^2}{2}$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) + (2-x)e^x \geq (2-a)x + a$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分)

设双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , $|F_1F_2| = 2\sqrt{5}$, 且 E 的

渐近线方程为 $y = \pm \frac{x}{2}$.

(I) 求 E 的方程;

(II) 过 F_2 作两条相互垂直的直线 l_1 和 l_2 , 与 E 的右支分别交于 A, C 两点和 B, D 两点, 求四边形 $ABCD$ 面积的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 过点 $M(1, 0)$, 且倾斜角为 α .

(I) 若 l 经过 C 上纵坐标最大的点, 求 l 的参数方程;

(II) 若 l 与 C 交于 A, B 两点, 且 $||MA| - |MB|| = \frac{2}{5}$, 求 $\cos \alpha$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-1| + |x-2|$.

(I) 求不等式 $f(x) < x$ 的解集;

(II) 已知 a, b 为正实数, 证明: 关于 x 的不等式 $f(x) \geq \frac{2\sqrt{a} + 2\sqrt{b} - 2}{a+b}$ 的解集为 \mathbf{R} .

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线