高州市2023届高三第一次模拟考试

数 学

2022.12

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
3. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分　在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|x+1>0\}$，$B=\{x|3x^2+2x-1=0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{1\}$　　B. $\left\{\frac{1}{3}\right\}$　　C. $\left\{-1,\frac{1}{3}\right\}$　　D. $\left\{-\frac{1}{3},1\right\}$

2. 已知复数 $z=\frac{1}{3-4i}$，则 $|\bar{z}|=$

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{9}$　　C. $\frac{1}{16}$　　D. $\frac{1}{25}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-3,1)$，$\boldsymbol{b}=(m,m+2)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. $2\sqrt{5}$

4. 已知 M 是抛物线 $C:x^2=8y$ 上一点，F 为抛物线的焦点，点 $N(0,-4)$，若 $|MF|=|NF|$，则 $\triangle MFN$ 的面积为

A. $8\sqrt{2}$　　B. $8\sqrt{3}$　　C. $12\sqrt{2}$　　D. $12\sqrt{3}$

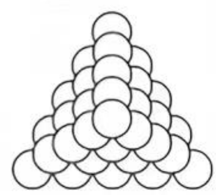
5. 已知 $\tan\alpha=\sqrt{2}$，则 $\frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}-\sin^2\alpha=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

6. 曲线 $f(x)=(a+2)x+\frac{1}{x}\left(\frac{1}{2}<x<1\right)$ 上存在点 A,B，使得曲线 $f(x)$ 在点 A,B 处的切线垂直，则 a 的取值范围是

A. $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$　　B. $(-1,2)$　　C. $\left(-\infty,\frac{-\sqrt{5}-1}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2},2\right)$

7. 朱世杰(1249年—1314年)，字汉卿，号松庭，元代数学家、教育家，毕生从事数学教育，有"中世纪世界最伟大的数学家"之誉．他的一部名著《算学启蒙》是中国最早的科普著作．该书中有名的是"堆垛问题"，其中有一道问题如下：今有三角锥垛果子，每面底子四十四个，问共积几何？含义如下：把一样大小的果子堆垛成正三棱锥形(如图所示，给出了5层三角锥垛俯视示意图)，底面每边44个果子，顶部仅一个果子，从顶层向下数，每



三角锥垛

层的果子数分别为1,3,6,10,15,21,…,共有44层,问全垛共有多少个果子?则该三角锥垛从顶层向下数前40层的果子总数为(参考公式:$1+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$)

A. 12 341　　B. 11 480　　C. 10 280　　D. 8 436

8. 已知函数$y=f(x+1)-2$是奇函数,函数$g(x)=\frac{2x-1}{x-1}$的图象与$f(x)$的图象有4个公共点$P_i(x_i,y_i)(i=1,2,3,4)$,且$x_1<x_2<x_3<x_4$,则$g(x_1+x_2+x_3+x_4)g(y_1+y_2+y_3+y_4)=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的四个选项中,有多项符合要求,全部选对的得5分,选对但不全的得2分,有选错的得0分。

9. 若$a>0,b>0,ab=2$,则$\frac{a^2+b^2+13}{a+b}$的值可以为

A. $2\sqrt{13}$　　B. 6　　C. $4\sqrt{2}$　　D. 3

10. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$,点$P$是$C$上的动点,则

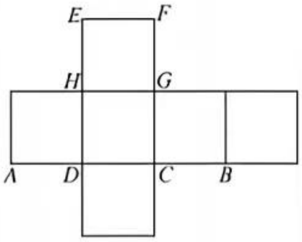
A. $|PF_1|-|PF_2|=2a$

B. C的离心率不可能是$\frac{3}{2}$

C. 以F_1为圆心,半径为b的圆一定与C的渐近线相切

D. 存在点P使得$\triangle PF_1F_2$是顶角为$\frac{\pi}{4}$的等腰三角形

11. 如图是一个边长为1的正方体的平面展开图,M为棱AE的中点,点N为平面$EFGH$内一动点,若$MN//$平面BDG,下列结论正确的为



A. 点N的轨迹为正方形$EFGH$的内切圆的一段圆弧

B. 存在唯一的点N,使得M,N,G,D四点共面

C. 无论点N在何位置,总有$MN\perp CE$

D. MN长度的取值范围为$[\frac{\sqrt{6}}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}]$

12. 国庆节期间某高校学生会联合校团委举行国学知识有奖问答活动,活动一共有两关,以小组为单位参加,每小组3人.第一关每小组的3个人分别回答问题,过关者才能参加第二关活动,第二关由每小组第一关的过关者共同回答问题,若第二关该小组回答问题过关,可获得500元奖励.已知甲、乙、丙3人为一组,甲、乙、丙各自过第一关的概率分别为$\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{3}{4}$,若该小组第一关仅1人过关,该小组过第二关的概率为$\frac{1}{4}$;若该小组第一关有2人过关,该小组过第二关的概率为$\frac{1}{3}$;若该小组第一关有3人过关,该小组过第二关的概率为$\frac{1}{2}$,则

A. 甲、乙、丙3人至少有1人在第一关过关的概率为$\frac{1}{8}$

B. 若甲、乙、丙3人至少有1人在第一关过关,则甲在第一关过关的概率为$\frac{4}{11}$

C. 设甲、乙、丙这一组进入第二关的人数为X,则$E(X)=\frac{19}{12}$

D. 甲、乙、丙这一组获得500元奖励的概率为$\frac{199}{720}$

三、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分。

13. $\left(\frac{1}{2}x^2-y\right)\left(\frac{1}{x}+y\right)^6$的展开式中,其中不含$x$的项为________.

14. 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)+2(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 的两个相邻的零点之差的绝对值为 $\frac{2\pi}{3}$，且 $\frac{5\pi}{18}$ 是 $f(x)$ 的最小正零点，则 $f(\varphi)=$________.

15. 圆锥内有一个球，该球与圆锥的侧面和底面均相切，已知圆锥的底面半径为 r_1，球的半径为 r_2，记圆锥的体积为 V_1，球的体积为 V_2，当 $\frac{r_1}{r}=$________时，$\frac{V_1}{V_2}$ 取最小值________.（第一空 2 分，第二空 3 分）

16. 函数 $f(x)=\frac{x^2+4x-4}{e^x}$，若关于 x 的方程 $f^2(x)-2nf(x)+\frac{4}{e^8}=0$ 有 6 个不同的实数解，则实数 n 的取值范围为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知公差 $d\neq0$ 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4=10$，公比为 -1 的等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1+b_1=0$，当 n 为偶数时 $a_n+b_n=a_{n+1}+b_{n+1}$.

(1) 求 a_n，b_n；

(2) 设 $S_n=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$，求使 $S_n>100$ 的最小的 n 的值.

18.（本小题满分 12 分）

小家电指除大功率、大体积家用电器（如冰箱、洗衣机、空调等）以外的家用电器，运用场景广泛，近年来随着科技发展，智能小家电市场规模呈持续发展趋势，下表为 2017～2021 年中国智能小家电市场规模（单位：千亿元），其中 2017 年～2021 年对应的代码依次为 1～5.

年份代码 x	1		3	4	5
市场规模 y	0.9	1.2	1.5	1.4	1.6

(1) 由上表数据可知，可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系，请用相关系数加以说明；

(2) 建立 y 关于 x 的经验回归方程（系数精确到 0.01）；

(3) 某传媒公司为了了解中国智能小家电消费者年龄分布，随机调查了 200 名消费者，统计这 200 名消费者年龄，按照青少年与中老年分为两组，得到如下 2×2 列联表：

	青少年	中老年	合计
喜欢购买智能小家电	80		
不喜欢购买智能小家电		60	
合计	110		200

依据 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，能否认为是否喜欢购买智能小家电与年龄有关？

参考数据：$\overline{y}=1.32$，$\sum x_iy_i=21.4$，$\sqrt{\sum(y_i-\overline{y})^2}\approx0.55$，$\sqrt{10}\approx3.16$

参考公式：相关系数 $r=\frac{\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum(y_i-\overline{y})^2}}$，回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\frac{\sum x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1} x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$

附：

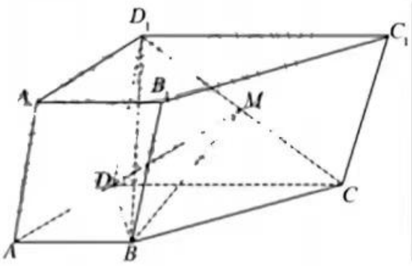
a	0.10	0.010	0.001
x_a	2.706	6.635	10.828

19.（本小题满分12分）

如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为直角梯形，$\angle DAB=\angle ADC=90°$，$AB=AD=1$，$CD=2$，$BD_1\perp CD$. 点 M 为 CD_1 的中点，且 $CD_1=2BM$.

（1）证明：平面 $BDM\perp$ 平面 BCD_1；

（2）若钝二面角 $B-DM-C$ 的余弦值为 $-\dfrac{\sqrt{15}}{15}$，当 $BD_1>BD$ 时，求 BD_1 的长.

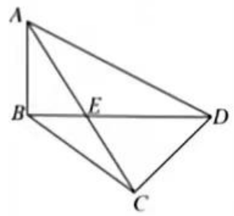


20.（本小题满分12分）

如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\perp BD$，$AB=2$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{3}$，$AC$ 平分 $\angle BAD$ 且 AC 与 BD 相交于点 E.

（1）若 $\triangle BCD$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 BC；

（2）若 $\cos\angle BDC=\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$，求 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ 的面积之比.



21.（本小题满分12分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $M(-2,\sqrt{2})$，其右焦点为 $F(c,0)$，下顶点为 B，直线 BF 与椭圆 C 交于另一点 D，且 $\overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{FD}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）O 为坐标原点，过点 M 作 x 轴的垂线 l_1，垂足为 A，过点 A 的直线与 C 交于 P，Q 两点，直线 OP 与 l_1 交于点 H，直线 OQ 与 l_1 交于点 G，设 $\triangle APH$ 的面积为 S_1，$\triangle AQG$ 的面积为 S_2，试探究 $\dfrac{S_1+S_2}{S_1S_2}$ 是否存在最小值. 若存在，求出此时直线 PQ 的方程；若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}ax^2-(1+2a)x+2(a-1)\ln(x+1)+2a$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $a\le e-1$，求证：$f(x)<\dfrac{1}{2}ax^2+2a\ln(x+1)-(1+4a)x+2e^{x+1}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。