高2023届 第十三次适应性训练

理科数学

一．选择题：本题共 12 小题，每题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $A=\{x||x-1|<2\}$，$B=\{x|\log_3(x-1)<1\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|1<x<3\}$　　B. $\{x|-1<x<3\}$　　C. $\{x|1<x<4\}$　　D. $\{x|-1<x<4\}$

2.已知复数 z 满足 $z\cdot(1-2i)=5i$，则 $z\cdot\overline{z}$ 的值为（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. 5　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

3.如图，一组数据 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_9,x_{10}$ 的平均数为 5，方差为 s_1^2，去除 x_9,x_{10} 这两个数据后，平均数为 $\overline{x}$，方差为 s_2^2，则（　　）

A. $\overline{x}>5, s_1^2>s_2^2$　　B. $\overline{x}<5, s_1^2<s_2^2$　　C. $\overline{x}=5, s_1^2<s_2^2$　　D. $\overline{x}=5, s_1^2>s_2^2$

4.已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足同向共线，且 $|\vec{b}|=2,|\vec{a}-\vec{b}|=1$，则 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=$（　　）

A. 3　　B. 15　　C. -3 或 15　　D. 3 或 15

5.若 $(1+\dfrac{1}{x})^4(1+x)^3$ 则展开式中的常数项为（　　）

A. 1　　B. 15　　C. 21　　D. 35

6.土壤中微量元素（如 N,P,K 等）的含量直接影响植物的生长发育，进而影响植物群落内植物种类的分布，某次实验中，为研究某微量元素对植物生长发育的具体影响，实验人员配比了不同浓度的溶液若干，其浓度指标值可近似拟合为 $e,e,e^2,e^3,e^5,e^8,e^{13},\cdots,$ 并记这个指标值为 b_n，则 $\sum\limits_{i=1}^{20}(\ln b_i)^2=$（　　）

A. $\ln b_{19}\ln b_{20}$　　B. $\ln b_{20}\ln b_{21}$　　C. $\ln b_{19}+\ln b_{20}$　　D. $\ln b_{20}+\ln b_{21}$

7.某校举行文艺汇演，甲、乙、丙等 6 名同学站成一排演唱歌曲，若甲、乙不相邻，丙不在两端，则不同的排列方式共有（　　）

A. 72 种　　B. 144 种　　C. 288 种　　D. 432 种

8.已知一个球与一个圆台的上下底面和侧面都相切，若圆台的侧面积为16π．上、下底面的面积之比为$1:9$，则球的表面积为（　　）

A.12π　　B.14π　　C.16π　　D.18π

9.已知函数$f(x)=2\cos(\omega x+\frac{3\pi}{4})$ $(\omega>0,)$，若$f(\frac{\pi}{4})=0$，$f(x)$在$(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3})$内有极小值，无极大值，则$\omega$可能的取值个数（　　）

A.4　　B.3　　C.2　　D.1

10.已知两动点A,B在椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+y^2=1\,(a>1)$上，动点$P$在直线$3x+4y-10=0$上，若$\angle APB$恒为锐角，则椭圆$C$的离心率的取值范围是（　　）

A.$(0,\frac{2}{3})$　　B.$(\frac{2}{3},1)$　　C.$(0,\frac{\sqrt{6}}{3})$　　D.$(\frac{\sqrt{6}}{3},1)$

11. 在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，A_1-ABC是棱长为2的正四面体，则点A到平面BCC_1B_1的距离为（　　）

A.$\sqrt{6}$　　B.$\sqrt{3}$　　C.$\sqrt{2}$　　D.1

12.已知函数$f(x)$定义域为R，满足$f(x+2)=\frac{1}{2}f(x)$，当$-1\le x<1$时，$f(x)=|x|$.若函数$y=f(x)$的图像与函数$g(x)=(\frac{1}{2})^{[\frac{x+1}{2}]}$ $(-2023\le x\le 2023)$的图像的交点为$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，（其中$[x]$表示不超过$x$的最大整数），则下列说法正确的个数（　　）

①$g(x)$是非奇非偶函数函数；②$n=2024$；③$\sum_{i=1}^{n}x_i=0$；④$\sum_{i=1}^{n}y_i=2^{1012}-2^{-1012}$.

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

二．填空题：本题共4小题，每题5分，共20分.

13.已知实数x,y满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\le 0\\x+y-1\ge 0\\y\le 3\end{cases}$，则$z=x-2y$的最小值为________；

14.已知等比数列$\{a_n\}$的公比为2，前n项和为S_n，且$6,a_2,a_5$成等差数列，则$S_5=$______；

15.已知直线$l:y=-1$，抛物线$C:x^2=4y$的焦点为F，过点F的直线交抛物线C于A,B两点，点B关于y轴对称的点为P.若过点A,B的圆与直线l相切，且与直线PB交于点Q，则当$\overrightarrow{QB}=3\overrightarrow{PQ}$时，直线$AB$的斜率为________；

16.已知$\ln(x+a)+b\le\frac{1}{e(x+a)}-(\frac{b}{a}x+4)\,(a,b\in R)$对定义域内的任意$x$恒成立，则$\frac{b}{a}$的最大值为______.

三．解答题：共 70 分.解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤.第 17—21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

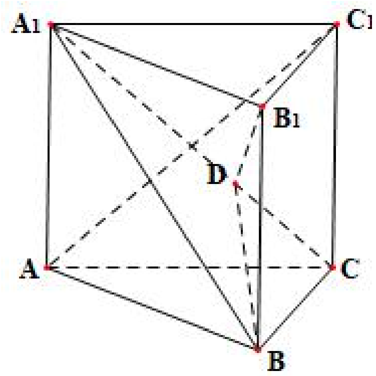
（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，且满足$\dfrac{\sqrt{3}a}{1+\cos A}=\dfrac{c}{\sin C}$.

（1）求角A的大小；

（2）若$a=\sqrt{3},c-b=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$，求$\Delta ABC$的面积.

18.（12 分）如图，已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$，$\angle ACB=90^\circ$，$AC_1\perp A_1C$，D为线段A_1C上的动点，$AC_1\perp BD$.



（1）求证：平面$ACC_1A_1\perp$平面ABC；

（2）若$AA_1\perp AC$，D为线段A_1C的中点，$AC=2BC=2$，求B_1D与平面A_1BC所成角的余弦值.

19.（12 分）某企业拥有甲、乙两条零件生产线，为了解零件质量情况，采用随机抽样方法从两条生产线共抽取 180 个零件，测量其尺寸（单位：mm）得到如下统计表，其中尺寸位于$[55,58)$的零件为一等品，位于$[54,55)$和$[58,59)$的零件为二等品，否则零件为三等品.

生产线	$[53,54)$	$[54,55)$	$[55,56)$	$[56,57)$	$[57,58)$	$[58,59)$	$[59,60]$
甲	4	9	23	28	24	10	2
乙	2	14	15	17	16	15	1

（1）将样本频率视为概率，从甲、乙两条生产线中分别随机抽取 2 个零件，每次抽取零件互不影响，以ξ表示这 4 个零件中一等品的数量，求ξ的分布列和数学期望$E(\xi)$；

（2）已知该企业生产的零件随机装箱出售，每箱 60 个．产品出厂前，该企业可自愿选择是否对每箱零件

进行检验．若执行检验，则每个零件的检验费用为 5 元，并将检验出的三等品更换为一等品或二等品；若不执行检验，则对卖出的每个三等品零件支付 120 元赔偿费用．现对一箱零件随机检验了 10 个，检出了 1 个三等品．将从两条生产线抽取的所有样本数据的频率视为概率，以整箱检验费用与赔偿费用之和的期望作为决策依据，是否需要对该箱余下的所有零件进行检验？请说明理由．

20.（12 分）已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ 的右顶点为 A，O 为原点，点 $P(1,1)$ 在 C 的渐近线上，ΔPAO 的面积为 $\dfrac{1}{2}$．

（1）求 C 的方程；

（2）过点 P 作直线 l 交 C 于 M,N 两点，过点 N 作 x 轴的垂线交直线 AM 于点 G，H 为 NG 的中点，证明：直线 AH 的斜率为定值.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=e^x(1+a\ln x)$，其中 $a>0$，设 $f^{'}(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

（1）设 $g(x)=e^{-x}f^{'}(x)$，若 $g(x)\geq 2$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

（2）设函数 $f(x)$ 的零点为 x_0，函数 $f^{'}(x)$ 的极小值点为 x_1，当 $a>2$ 时，求证：$x_0>x_1$．

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如多做，则按所做的第一题计分.

[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

22.在极坐标系中，曲线 C 的极坐标方程 $\rho=4a\cos\theta\ (a>0)$，在以极点 O 为原点，极轴为 x 轴正半轴的平面直角坐标系中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=3+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l 与曲线 C 交于 M,N 两点.

（1）求曲线 C 的参数方程与 l 的普通方程；

（2）若 $S_{\Delta OMN}=2\sqrt{7}$，求实数 a 的值.

[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

23.已知函数 $f(x)=|2x-4|+|x+4|$ 的最小值是 m .

（1）求 m ；

（2）若正数 a,b,c 满足 $a+b+c=m$，求证：$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leq 3\sqrt{2}$.