三明市 2022-2023 学年第一学期普通高中期末质量检测

高三数学试题

考试时间：2023 年 1 月 15 日下午 3：55-5：55　试卷满分：150 分　考试用时：120 分钟

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再涂其他答案。非选择题部分作答时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 已知复数 z 在复平面内对应的点与复数 $1-2i$ 在复平面内对应的点关于虚轴对称,则复数 z 的共轭复数 $\overline{z}=$

A. $-1+2i$　　B. $1-2i$　　C. $-1-2i$　　D. $1+2i$

2. 已知集合 $P=\{x|y=\ln(x-1)\}$，集合 $Q=\{y|y=2^{x-1}\}$，则

A. $P=Q$　　B. $Q\subseteq P$　　C. $P\subsetneqq Q$　　D. $P\cap Q=\varnothing$

3. 设 $a,b\in R$,则使 $a>b$ 成立的一个充分不必要条件是

A. $a^3>b^3$　　B. $\log_2(a-b)>0$　　C. $a^2>b^2$　　D. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

4. 有专业机构认为某流感在一段时间没有发生大规模群体感染的标志为“连续 10 天,每天新增疑似病例不超过 15 人”.根据过去 10 天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例数据,一定符合该标志的是

A. 甲地：总体均值为 4，中位数为 3

B. 乙地：总体均值为 5，总体方差为 12

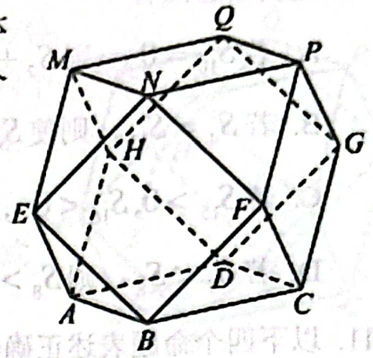
C. 丙地：中位数为 3，众数为 2

D. 丁地：总体均值为 3,总体方差大于 0

5. 已知 $\sin\theta+\cos(\theta-\frac{\pi}{6})=1$,则 $\cos(\theta-\frac{\pi}{3})=$

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

6. 半正多面体亦称“阿基米德多面体”，是由边数不全相同的正多边形围成的多面体,体现了数学的对称美. 二十四等边体就是一种半正多面体，它是由正方体的各条棱的中点连接形成的几何体. 它由八个正三角形和六个正方形围成(如图所示),若它的棱长为 2，则下列说法错误的是



A. 该二十四等边体的外接球的表面积为16π

B. 该半正多面体的顶点数V、面数F、棱数E，满足关系式$V+F-E=2$

C. 直线AH与PN的夹角为60°

D. $QH\perp$平面ABE

7. 已知双曲线$C:x^2-\dfrac{y^2}{8}=1$，P为双曲线C上任意一点,过点P分别作双曲线C的两条渐近线的垂线,垂足分别为M,N,则$\dfrac{1}{|PM|}+\dfrac{1}{|PN|}$的最小值为

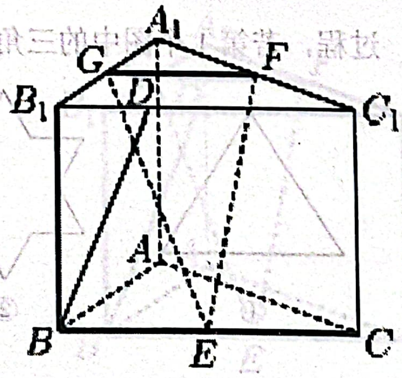
A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$　　C. $\dfrac{9}{8}$　　D. $\dfrac{8}{9}$

8. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x^2}, x<1\\ \ln(x+2), x\ge 1\end{cases}$，$g(x)=x^2-2x-4$,设$b$为实数,若存在实数$a$，使得$f(a)=1-g(b)$成立,则$b$的取值范围为

A. $(-\infty,\dfrac{7}{2}]$　　B. $[\dfrac{7}{2},+\infty)$　　C. $[-\dfrac{3}{2},\dfrac{7}{2})$　　D. $[-\dfrac{3}{2},\dfrac{7}{2}]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项在，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 如图,在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,$\angle BAC=90^\circ$,$AB=AC=\sqrt{2}$,$AA_1=2$,E,F,G分别是棱BC,A_1C_1,A_1B_1的中点,D在线段B_1C_1上,则下列说法中正确的有



A. $EF\parallel$平面AA_1B_1B

B. $BD\parallel$平面EFG

C. 存在点D,满足$BD\perp EF$

D. $CD+DG$的最小值为$\dfrac{\sqrt{34}}{2}$

10. 首项为正数，公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ ，其前 n 项和为 S_n ，.现有下列 4 个命题,其中是真命题的有

A. 若 $S_{10}=0$ ，,则 $S_2+S_8=0$

B. 若 $S_4=S_{12}$，则使 $S_n>0$ 的最大的 n 为 15

C. 若 $S_{15}>0,S_{16}<0$,则 $\{S_n\}$ 中 S_8 最大

D. 若 $S_7<S_8$，则 $S_8>S_9$

11. 以下四个命题表述正确的是

A. 若 A、B 相互独立，$P(B|A)=P(B)$

B. 已知两个随机变量 X,Y，其中 $X\sim B(5,\frac{1}{5})$，$Y\sim N(\mu,\sigma^2),\sigma>0$，若 $E(X)=E(Y)$，且 $P(|Y|<1)=0.3$，则 $P(Y<-1)=0.2$

C. 圆 $x^2+y^2=4$ 上存在 4 个点到直线 $l:x-y+\sqrt{2}=0$ 的距离都等于 1

D. 椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 上的点到直线 $x+2y-\sqrt{2}=0$ 的最大距离为 $\sqrt{10}$

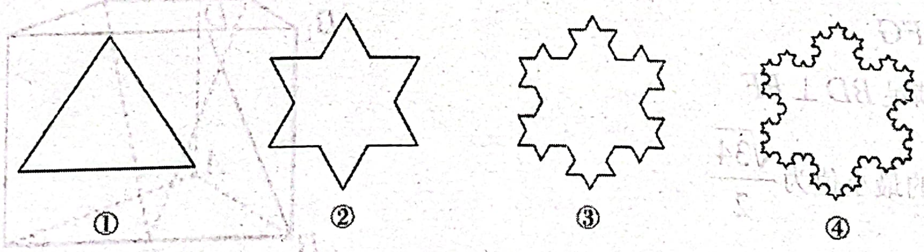
12. 已知 $f(x)=(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})e^{2x}-x\ln x-ax^2$ 是 $(0,+\infty)$ 上的单调递增函数,则实数 a 的取值可能为

A. $\frac{e}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. -1

三、填空题:本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

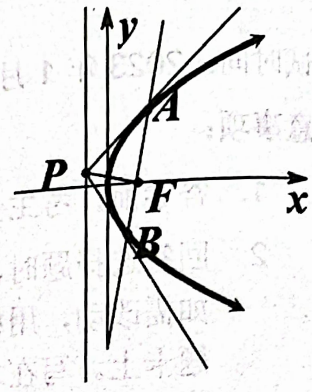
13. $(x-\frac{1}{x}+2)^5$ 展开式中常数项是__________.(答案用数字作答)

14. 在第 24 届北京冬奥会开幕式上，一朵朵六角雪花飘拂在国家体育场上空，畅想着“一起向未来”的美好愿景.如图是“雪花曲线”的一种形成过程：从一个正三角形开始，把每条边分成三等份，然后以各边的中间一段为底边分别向外作正三角形，再去掉底边,重复进行这一过程，若第 1 个图中的三角形的周长为 3，则第 4 个图形的周长为__________.



15. 若实数 $x>0, y>0$，满足条件 $x^2-y^2=2$，且 $\frac{1}{2x^2}+\frac{2y}{x}<a$，则 a 的最小值为______.

16. 已知抛物线 $C: y^2=2px$ 的焦点为 $F(1,0)$，过 F 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，如图，过抛物线 C 上一点 A 作切线与抛物线 C 的准线交于 P 点，若 $|PF|=\sqrt{5}$，则 $|AB|=$______；ΔAPB 面积的最小值为______.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=1$，$\{\frac{na_n}{S_n}\}$ 是公差为 2 的等差数列.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求 S_n.

18.（本小题满分 12 分）

2022 年卡塔尔世界杯于北京时间 11 月 20 日在卡塔尔正式开赛，该比赛吸引了全世界亿万球迷观看.为了了解喜爱观看世界杯是否与性别有关，某体育台随机抽取男女各 100 名观众进行统计,其中男的喜爱观看世界杯的有 60 人，女的喜爱观看世界杯的有 20 人.

（1）完成下面 2×2 列联表，

	男	女	合计
喜爱看世界杯			
不喜爱看世界杯			
合计			

试根据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，并判断能否认为喜爱观看世界杯与性别有关联？

（2）在喜爱观看世界杯的观众中，按性别用分层抽样的方式抽取 8 人，再从这 8 人中随机抽取 2 人参加某电视台的访谈节目，设参加访谈节目的女性观众与男性观众的人数之差为 X，求 X 的数学期望和方差.

附: $\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

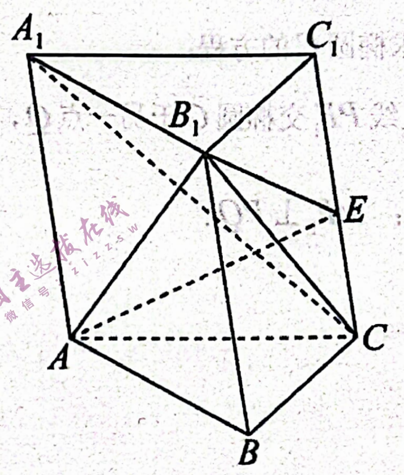
19.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，ΔAB_1C 为等边三角形，四边形 AA_1B_1B 为菱形，$AC\perp BC$，$AC=4$，$BC=3$.

（1）求证：$BC\perp$面ACB_1；

（2）线段 CC_1 上是否存在一点 E，使得平面 AB_1E 与平面 ABC 的夹角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$？

若存在，求出点 E 的位置; 若不存在，请说明理由.



20.（本小题满分 12 分）

非等腰 ΔABC 的内角 A、B、C 的对应边分别为 a、b、c，且 $\dfrac{a-\cos B}{a-\cos C}=\dfrac{\sin B}{\sin C}$.

（1）证明：$a^2=b+c$；

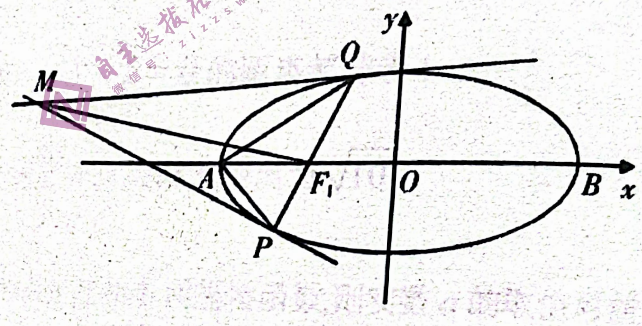
（2）若 $B=2C$，证明：$b>\dfrac{2}{3}$.

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的左右焦点分别为$F_1$、$F_2$，左右顶点分别为$A$、$B$，$P$是椭圆$C$上异于$A$、$B$的任意一点，$PA$、$PB$斜率之积为$-\dfrac{3}{4}$，且$\Delta PAB$的面积最大值为$2\sqrt{3}$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）直线PF_1交椭圆C于另一点Q，分别过P、Q作椭圆的切线，这两条切线交于点M，证明：$MF_1\perp PQ$.



22. （本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sin x+\dfrac{x-1}{e^x}$，$x\in(-\pi,\dfrac{\pi}{2})$.

（1）求证: $f(x)$ 在 $(-\pi,\dfrac{\pi}{2})$ 上单调递增;

（2）当 $(-\pi,0)$ 时, $[f(x)-\sin x]e^x-\cos x\le k\sin x$ 恒成立,求 k 的取值范围.