

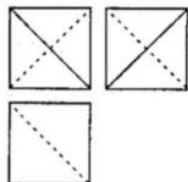


色小球的概率是 ( )

- A.  $\frac{3}{5}$                       B.  $\frac{2}{5}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{1}{3}$

【答案】C

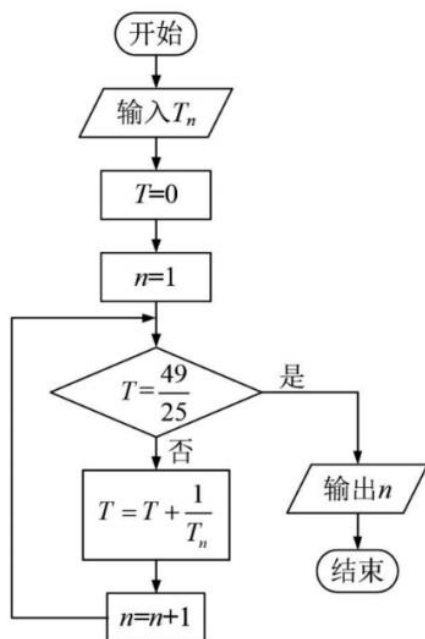
4. 一个空间几何体的三视图外轮廓均为边长是3的正方形, 如图所示, 则其表面积为 ( )



- A.  $27+9\sqrt{3}$                       B.  $9+27\sqrt{3}$                       C.  $27+3\sqrt{6}$                       D.  $3+9\sqrt{6}$

【答案】A

5. 已知  $T_n = 1+2+3+\dots+n (n \in \mathbf{N}^+)$ , 则下面算法框图输出的结果是 ( )



- A. 47                      B. 48                      C. 49                      D. 50

【答案】C

6. 已知  $3^{a-1} + 3^{a-2} + 3^{a-3} = 117$ , 则  $(a+1)(a+2)(a+3) = ( )$

- A. 120                      B. 210                      C. 336                      D. 504

【答案】C

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ , 若 $\overrightarrow{MD} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$  ( $\lambda, \mu \in R$ ), 则 $\lambda - \mu =$  ( )
- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $-\frac{2}{3}$

【答案】B

8. 已知椭圆:  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b} = 1$  ( $9 < b \leq 18$ ), 则椭圆的离心率的取值范围为 ( )

- A.  $(-\infty, \frac{\sqrt{2}}{2})$                       B.  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$                       C.  $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$                       D.  $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

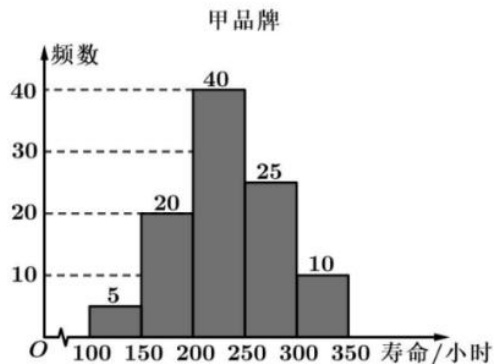
【答案】C

9. 有下列命题:  $p_1$ : 幂函数 $g(x) = x^\alpha$  ( $\alpha \in R$ ) 的定义域为实数集 $R$ ;  $p_2$ : 已知数据 $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ 的平均数为 $\bar{x}$ , 方差 $s^2 = 0.25$ , 则 $\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 5$ ;  $p_3$ : 若 $f(x)$ 函数的导函数为 $f'(x)$ ,  $f'(x) = 0$ 的解为 $x_i$ , 则 $x_i$ 为函数 $f(x)$ 的极值点;  $p_4$ : 变量 $x_i, y_i$ 负相关, 相关系数为 $r$ , 则 $r$ 越大相关性越弱, 越小相关性越强. 则真命题为 ( )

- A.  $p_1 \wedge p_2$                       B.  $p_2 \wedge p_4$                       C.  $\neg p_2 \vee p_3$                       D.  $p_3 \vee \neg p_4$

【答案】B

10. 为了解某电子产品的使用寿命, 从中随机抽取了100件产品进行测试, 得到图示统计图. 依据统计图, 估计这100件产品使用寿命的平均值 (用各组的中间值代替该组的平均值) 为 ( )

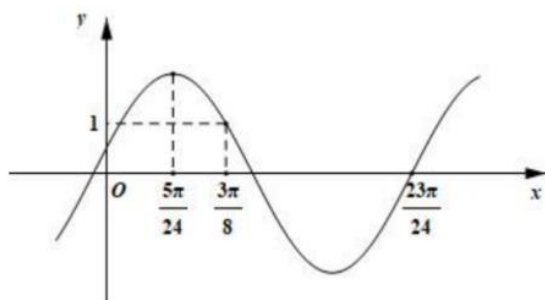


- A. 218.25                      B. 231.25                      C. 232.5                      D. 241.25

【答案】C

11. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图像如图所示, 则 $f(\frac{36x + 5\pi}{24})$  在闭区间

$\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最小值和最大值依次为 ( )



- A.  $-\sqrt{2}, 2$       B.  $-2, \sqrt{2}$       C.  $-\sqrt{2}, 0$       D.  $0, 2$

【答案】A

12. 已知函数  $f(x) = (a+3)x - 2$  是增函数, 且  $x^2 + a \ln x \geq (a+2)x$  恒成立, 则  $a$  的取值范围为 ( )

- A.  $(-3, +\infty)$       B.  $(-3, 1]$       C.  $(-\infty, -1]$       D.  $(-3, -1]$

【答案】D

### 第II卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卷中相应的横线上)

13. 曲线  $y = \ln x$  在点  $(e, f(e))$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_

【答案】 $x - ey = 0$

14. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = \frac{\sqrt{3} \sin A \sin B}{\cos C}$ , 则  $\cos 2C =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 $\sqrt{3} - 1$

15. 已知直线  $x = a$  与双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的两条渐近线围成的三角形的面积为 2, 则双曲线  $C$  的焦距的最小值为 \_\_\_\_\_.

【答案】4

16. 现在有红豆、白豆各若干粒. 甲乙两人为了计算豆子的粒数, 选用了这样的方法: 第一轮甲每次取 4 粒红豆, 乙每次取 2 粒白豆, 同时进行, 当红豆取完时, 白豆还剩 10 粒; 第二轮, 甲每次取 1 粒红豆, 乙每次取 2 粒白豆, 同时进行, 当白豆取完时, 红豆还剩  $n (n \in \mathbf{N}^+, 16 < n < 20)$  粒. 则红豆和白豆共有 \_\_\_\_\_ 粒.

【答案】58

三、解答题(共7小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,第22、23题为选考题,考生根据要求作答)

(一)必考题:共60分.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,且 $a_1=2$ ,当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - 2^{n-1}$ .

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \log_2 S_n$ , 设 $c_n = b_n \cdot S_n$ , 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $T_n$ .

【答案】(1)  $a_n = \begin{cases} 2, n=1 \\ 2^{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$ ; (2)  $T_n = 2 + (n-1) \cdot 2^{n+1}$ .

18. 某中学高一(1)班在接种了“新冠疫苗”之后,举行了“疫情防控,接种疫苗”知识竞赛.这次竞赛前21名同学成绩的茎叶图如图所示,已知前7名女生的平均得分为221分.

女生		男生
$x$	20	3 4 9
6 2	21	2 6 8 8
8 1	22	2 7 8 9
6 0	23	5 7 8

(1) 求茎叶图中 $x$ 的值;

(2) 如果在竞赛成绩高于205分且按男生和女生分层抽样抽取6人,再从这6人中任选3人作为后期举行的“接种疫苗,感恩祖国”主题班会中心发言人,求这3人中有女生的概率.

【答案】(1) 4; (2)  $\frac{4}{5}$ .

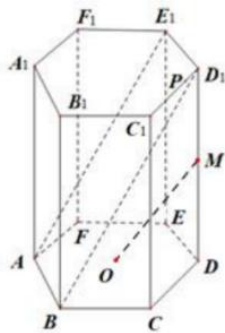
19. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 12$ 与抛物线 $S: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 $A, B$ 两点( $A$ 在第一象限),  $|AB| = 4\sqrt{2}$ .

(1) 求抛物线 $S$ 的方程;

(2) 设过 $A$ 点的两条直线 $l_1$ 与 $l_2$ 关于直线 $x=2$ 对称,直线 $l_1$ 与 $l_2$ 与抛物线 $S$ 都有两个不同交点,且另一交点分别为 $M, N$ ,求直线 $MN$ 的斜率.

【答案】(1)  $y^2 = 4x$ ; (2)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

20. 在正六棱柱 $ABCDEF - A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中, $AB = 2$ ,  $AA_1 = 4$ ,  $M$ 为侧棱 $DD_1$ 的中点, $P$ 为棱 $C_1D_1$ 上一点, $O$ 为下底面 $ABCDEF$ 的中心.



(1) 求证:  $MO \parallel$  平面  $ABD_1E_1$ ;

(2) 求四棱锥  $P-A_1F_1DC$  的体积.

【答案】(1) 证明见解析; (2)  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

21. 已知函数  $f(x) = \frac{\ln 2x}{x-2} - ax^2$  ( $a \in \mathbb{R}$ ).

(1) 当  $a=0$  时, 求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 讨论  $f(x)$  的零点的个数, 并确定每个零点的取值范围 (不要求范围“最小”).

【答案】(1)  $f(x)$  的单调递减区间为  $(0, 2)$ ,  $(2, +\infty)$ , 无单调递增区间; (2) 答案见解析.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 并请考生务必将答题卡中对所选试题的题号进行涂写.

[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

22. 以直角坐标系的原点  $O$  为极点,  $x$  轴非负半轴为极轴建立极坐标系. 在极坐标系中, 曲线

$C: \rho^2 = \frac{4}{1+3\sin^2\theta}$ , 点  $P\left(\frac{4}{\sqrt{13}}, \frac{2\pi}{3}\right)$ . 在直角坐标系中,  $M(-\sqrt{3}, 0)$ ,  $N(\sqrt{3}, 0)$ , 直线  $l$  的参数方程为

$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$

(1) 将曲线  $C$  的极坐标方程化为直角坐标方程, 并判  $|PM| + |PN|$  与 4 的大小关系;

(2) 直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A$ 、 $B$  两点,  $Q$  为曲线  $C$  的右顶点, 求  $\triangle ABQ$  的面积.

【答案】(1)  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ,  $|PM| + |PN| = 4$ ; (2)  $\frac{12}{5}$ .

[选修 4-5: 不等式选讲]

23. 已知函数  $f(x) = x|x-1| - a|x+1|$ .

(1) 当  $a=2$  时, 求不等式  $f(x) \leq 3x-2$  的解集;

(2) 当  $a=-x$ ,  $x \geq 1$  时,  $f(x+1) \geq mx$  恒成立, 求  $m$  的取值范围.

【答案】(1)  $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 0\}$  (2)  $m \leq 8$

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》