

2023 届高中毕业班 2 月大联考

文科数学

本试卷分第 I 卷（选择题共 60 分）和第 II 卷（非选择题共 90 分），考试时间 120 分钟，满分 150 分。
注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡上用黑色签字笔将自己的姓名、准考证号填写清楚，请认真核对准考证号、姓名和科目。

2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，在试题卷上作答无效。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

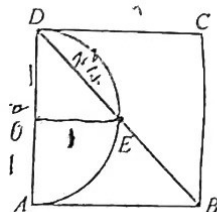
1. 设集合 $M = \{x | 1 - \frac{2}{x} < 0\}$, $N = \{x | -1 \leq x\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{x | -1 \leq x\}$ B. $\{x | 0 < x < 2\}$ C. $\{x | -1 \leq x < 2\}$ D. $\{x | 0 < x\}$
2. 已知复数 z 的共轭复数为 $\bar{z}$, 若 $\bar{z} = z + 4i$, 则复数 z 的虚部为 ()
A. -2 B. 2 C. -2i D. 2i
3. 有一组样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 由这组数据得到新样本数据 $y_1, y_2, \dots, y_n$, 其中 $y_i = x_i + c (i = 1, 2, \dots, n)$, $c \neq 0$, 则这两组样本数据的数字特征相同的是 ()
A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 标准差
4. 《九章算术》中有一题：今有牛、马、羊、猪食人苗，苗主责之粟 9 斗。猪主曰：“我猪食半羊。”羊主曰：“我羊食半马。”马主曰：“我马食半牛。”今欲衰偿之，问各出几何？其意是：今有牛、马、羊、猪吃了别人的禾苗，禾苗主人要求赔偿 9 斗粟，猪主人说：“我猪所吃的禾苗只有羊的一半。”羊主人说：“我羊所吃的禾苗只有马的一半。”马主人说：“我马所吃的禾苗只有牛的一半。”打算按此比率偿还，牛、马、羊、猪的主人各应赔偿多少粟？在这个问题中，马主人比猪主人多赔偿了 () 斗
A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{9}{5}$ C. 3 D. $\frac{21}{5}$
5. 已知 l, m 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，命题 p : 若 $m \subset \alpha$, $m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$; 命题 q : 若 $m \perp \alpha$, $l \perp \beta$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel l$; 则下列命题为真命题的是 ()
A. $p \wedge q$ B. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ C. $p \vee (\neg q)$ D. $(\neg p) \wedge q$

6. 桌面排列着 18 个乒乓球, 两个人轮流拿球装入口袋, 能拿到第 18 个乒乓球的人为胜利者, 条件是: 每次拿走球的个数为至少要拿 1 个, 但最多又不能超过 4 个, 这个游戏中, 先手是有必胜策略的. 请问: 如果你是最先拿球的人, 为了保证最后赢得这个游戏, 你第一次该拿走的球的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 在正方形 $ABCD$ 中, 弧 AD 是以 AD 为直径的半圆, 若在正方形 $ABCD$ 中任取一点, 则该点取自阴影部分内的概率为 ()

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{12-\pi}{12}$ D. $\frac{16-\pi}{16}$



8. 某游戏在刚发布时有 100 名玩家, 发布 5 天后有 1000 名玩家. 如果玩家人数 $R(t)$ 与天数 t 之间满足关系式: $R(t) = R_0 e^{kt}$, 其中 k 为常数, R_0 是刚发布时的玩家人数, 则玩家超过 30000 名至少经过的天数为 () (参考数据: $\lg 3 \approx 0.4771$)

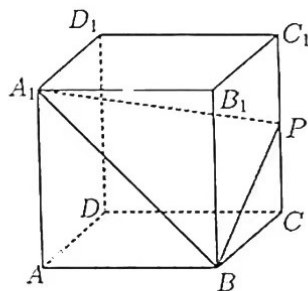
A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

9. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ 且 $a_{n+2} - a_n = 1 - (-1)^n (n \in \mathbb{N}^*)$, $S_{100} = ()$

A. 0 B. 1300 C. 2600 D. 2650

10. 如图, 在棱长为 4 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 是 CC_1 的中点, 动点 Q 在平面 DCC_1D_1 内 (包括边界), 若 $AQ \parallel$ 平面 A_1BP , 则 AQ 的最小值是 ()

A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{2}$



11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 过右焦点 F 作 C 的一条渐近线的垂线 l , 垂足为点 A , l 与 C 的另一条渐近线交于点 B , 若 $\overline{AB} = 4\overline{AF}$, 则 C 的离心率为 ()

A. 2 B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

12. 已知 $y = f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 且对任意 $x, y \in \mathbb{R}$, 有 $f(x) \cdot f(y) = f(x+y-1)$, 且当 $x > 1$ 时, $f(x) > 1$, 则以下结论正确的个数是 ()

①. $f(1) = 1$ ②. $f(x)$ 的图象关于点 $(1, f(1))$ 中心对称

③. $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调 ④. 当 $x < 1$ 时, $0 < f(x) < 1$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第II卷（共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。把答案填在答题卡上。

13. 已知 $\vec{a}, \vec{b}$ 均为单位向量，若 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{3}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为_____。

14. 已知 $\sin \alpha + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $\sin\left(\alpha + \frac{7\pi}{6}\right)$ 的值为_____。

15. 已知 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点， P 为椭圆 C 上一点， $A(1, 2\sqrt{2})$ ，则 $|PA| + |PF|$ 的最大值为_____。

16. 已知不等式 $x + m \ln x + \frac{1}{e^x} \geq x^m$ 对 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立，则实数 m 的最小值为_____。

三、解答题（共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答）

（一）必考题：共60分。

17. 携号转网，也称作号码携带、移机不改号，即无需改变自己的手机号码，就能转换运营商，并享受其提供的各种服务。2019年11月27日，工信部宣布携号转网在全国范围正式启动。某运营商为提升质量保客户，从运营系统中选出300名客户，对业务水平和服务水平的评价进行统计，其中业务水平的满意率为 $\frac{13}{15}$ ，服务水平的满意率为 $\frac{2}{3}$ ，对业务水平和服务水平都满意的客户有180人。

（1）完成下面 2×2 列联表，并分析是否有99%的把握认为业务水平与服务水平有关：

	对服务水平满意人数	对服务水平不满意人数	合计
对业务水平满意人数			
对业务水平不满意人数			
合计			

（2）已知在被调查的对业务水平和服务水平都不满意的客户中有6名男性，其中3名是大学生，现从这6名男性中随机抽取3人，求至少有2名大学生的概率。

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ， $n = a+b+c+d$ 。

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

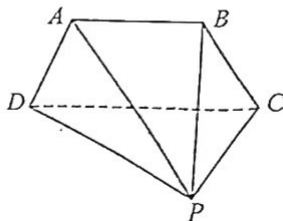
【2023 届高中毕业班2月大联考·文科数学 第3页（共4页）】

18. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边为 a, b, c , 且 $\frac{3(\sin A - \sin B)}{\sin C} = \frac{3c - 2b}{a + b}$.

(1) 求 $\sin A$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{4}{3}\sqrt{2}$, 求内角 A 的角平分线 AD 长的最大值.

19. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是等腰梯形, $AB \parallel CD$,
 $AD = AB = \frac{1}{2}CD = 1$, 平面 $ADP \perp$ 平面 PCD , $PD \perp PC$.



(1) 求证: $\triangle ADP$ 为直角三角形;

(2) 若 $PC = AD$, 求 PA 与平面 $ABCD$ 所成角的余弦值.

20. 已知函数 $f(x) = ax - \frac{1}{x} - (a+1)\ln x$, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 零点的个数.

(2) 若 $a \geq 1$, 且 $f(x) > 1$ 在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上恒成立, 求 a 的取值范围;

21. 在直角坐标系 xOy 中, 动点 M 到定点 $F(1, 0)$ 的距离比到 y 轴的距离大1.

(1) 求动点 M 的轨迹方程;

(2) 当 $x \geq 0$ 时, 记动点 M 的轨迹为曲线 C , 过 F 的直线与曲线 C 交于 P, Q 两点, 直线 OP, OQ 与直线 $x=1$ 分别交于 A, B 两点, 试判断以 AB 为直径的圆是否经过定点? 若是, 求出定点坐标; 若不是, 请说明理由.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23两题中任选一题作答. 注意: 只能做选定的题目. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时, 请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. 在极坐标系中, 已知曲线 $C: \rho = 2\cos\theta$, 直线 $l: \begin{cases} x = \sqrt{3}t \\ y = -1+t \end{cases}$ (t 是参数), 且直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的普通方程;

(2) 设定点 P 的极坐标 $\left(1, \frac{3\pi}{2}\right)$, 求 $(|PA|+1)(|PB|+1)$ 的值.

23. 已知函数 $f(x) = |2x+1| + |ax-1|$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;

(2) 若 $a > 0$ 时, 存在 $x \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x) < \frac{a}{2} + 1$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

【2023届高中毕业班2月大联考·文科数学 第4页(共4页)】

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线