江西省重点中学盟校 2023 届高三第二次联考

数学（文）参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	B	D	A	A	C	D	B	D	C	A	D

二、 填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 68　　14. 5　　15. $x+\sqrt{3}y+2=0$(或$x-\sqrt{3}y+2=0$)　　16. 616

16. 由函数$f(3+3x)$为偶函数，则$f(3+3x)=f(3-3x)$，即函数$f(x)$关于直线$x=3$对称，

故$f(x)=f(6-x)$；

由函数$g(x+3)+2$为奇函数，则$g(x+3)+2=-g(-x+3)-2$，整理可得$g(x+3)+g(-x+3)=-4$

，即函数$g(x)$关于(3,-2)对称，故$g(x)=-4-g(6-x)$；

由$f(x)+g(x)=x^2+1$，则，可得$f(6-x)+g(6-x)=(6-x)^2+1$，得$f(x)+4-g(x)=(6-x)^2+1$

故$\begin{cases} f(x)+g(x)=x^2+1 \\ f(x)-4-g(x)=(6-x)^2+1 \end{cases}$，解得$f(x)=x^2-6x+21$，$g(x)=6x-20$，

$f(7)g(7)=28\times22=616$.

故答案为：616.

三. 解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选做题，考生根据要求作答。

17.（1）$\bar{x}=\frac{3+3+4+5+5+6+6+8}{8}=5$，$\bar{y}=\frac{10+12+13+18+19+21+24+27}{8}=18$.　　....... 2 分

经计算可得$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{69}{20}=3.45$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=18-3.45\times5=0.75$.

所以所求线性回归方程为$\hat{y}=3.45x+0.75$.　　.......6 分

（2）（ⅰ）当$x=10$时，$\hat{y}=3.45\times10+0.75=35.25$，所以预计能带动的消费达 3.525 万辆.　　....... 8 分

（ⅱ）因为$\frac{|30-35.25|}{35.25}>10\%$，所以发放的该轮消费补贴助力消费复苏不是理想的.　　....... 12 分

发放消费券只是影响消费的其中一个因素，还有其他重要因素，

比如：A 城市经济发展水平不高，居民的收入水平直接影响了居民的消费水平；

A 城市人口数量有限、商品价格水平、消费者偏好、消费者年龄构成等因素一定程度上影响了消费总量.

年轻人开始更加注重出行的舒适性和环保性，而传统燃油车的排放和能耗等问题也逐渐成为了消费者们考虑的重点。（只要写出一个原因即可）.

18（1）因为 $\sin A\sin B+\cos^2 A+\cos^2 B+\sin^2 C=2$

所以 $2-\sin^2 C=\sin A\sin B+(1-\sin^2 A)+(1-\sin^2 B)$,

可得 $\sin^2 A+\sin^2 B-\sin^2 C=\sin A\sin B$ 由正弦定理可得： $a^2+b^2-c^2=ab$……….4 分

由余弦定理知，$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{ab}{2ab}=\dfrac{1}{2}$ 因为 $C\in(0,\pi)$,所以 $C=\dfrac{\pi}{3}$ ……….6 分

(2) ,由（1）知，$C=\dfrac{\pi}{3}$ 所以 $A+B=\dfrac{2\pi}{3}$ 又 ΔABC 是锐角三角形，

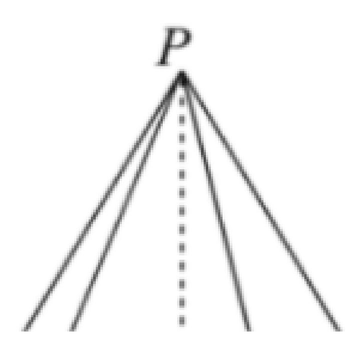
可得 $0<B<\dfrac{\pi}{2}$ 且 $0<\dfrac{2\pi}{3}-B<\dfrac{\pi}{2}$ 解得 $\dfrac{\pi}{6}<B<\dfrac{\pi}{2}$ ………………8 分

由正弦定理知：$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ 又 $b=2$ 可得 $c=\dfrac{b\cdot\sin C}{\sin B}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin B}$

所以 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times 2\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sin B}\times\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}-B\right)=\dfrac{\sqrt{3}\times\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}-B\right)}{\sin B}=\dfrac{3}{2\tan B}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ……..10 分

因为 $\dfrac{\pi}{6}<B<\dfrac{\pi}{2}$ 所以 $\tan B>\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 所以 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}<S_{\Delta ABC}<2\sqrt{3}$

故 ΔABC 面积的取值范围为 $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},2\sqrt{3}\right)$………………12 分



19.（1）由题设，$PO\perp$ 平面 ABD，又 D 是切线 CE 与圆 O 的切点，

$\therefore CE\subset$ 平面 ABD，则 $PO\perp CE$，且 $OD\perp CE$，

……. 2 分

又 $PO\cap OD=O$，$PO,OD\subset$ 平面 POD，$\therefore CE\perp$ 平面 POD，

又 $CE\subset$ 平面 PDE，所以平面 $PDE\perp$ 平面 POD. ……. 6 分

(2) $\because OD\perp CE$，$\therefore CD=\sqrt{3}$，$\angle OCD=30^\circ$，$\therefore AE=\sqrt{3}$，$CE=2\sqrt{3}$

……. 8 分

$$V_{P-ADE}=\frac{1}{3}S_{ADE}\bullet PO=\frac{1}{3}\bullet\frac{\sqrt{3}}{4}\bullet 3\bullet\sqrt{3}=V_{E-PAD}=\frac{1}{3}S_{PAD}\bullet d_1=\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{2}\bullet\sqrt{3}\bullet\frac{\sqrt{13}}{2}\bullet d_1$$

$\therefore d_1 = \frac{3\sqrt{39}}{13}$ ……. 12 分

20. (1) $g(x)=e^x-2x+\sin x$ 则 $g'(x)=e^x-2+\cos x$ 且 $g'(0)=0$ ， 令 $\varphi(x)=g'(x)$ ，
$\varphi'(x)=e^x-\sin x$ ，$x\in(0,+\infty)$ ，$\varphi'(x)=e^x-\sin x>1-\sin x\geq 0$ ，$\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，
……. 2 分
所 以 $\varphi(x)=g'(x)>g'(0)=0$ ， 所 以 $g(x)$ 的 单 调 递 增 区 间 为 $(0,+\infty)$ ，
……. 4 分
$x\in(-\infty,0)$ ，$g'(x)=e^x-2+\cos x<\cos x-1\leq 0$ ， 所以 $g(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,0)$. ……. 6 分

(2) $F(x)=g(x)-f'(x)=e^x-2x+\sin x-ax^2-1$ ，且 $F(0)=0$ ，

$F'(x)=e^x+\cos x-2ax-2$ ，$x\in[0,+\infty)$， 令 $G(x)=F'(x)$ ，$G'(x)=e^x-\sin x-2a$ ，
令 $H(x)=G'(x)$ ，$H'(x)=e^x-\cos x\geq 1-\cos x\geq 0$ ，
所以 $G'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增， ……. 8 分

① 若 $a\leq\frac{1}{2}$ ，$G'(x)\geq G'(0)=1-2a\geq 0$ ，

所以 $F'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，所以 $F'(x)\geq F'(0)=0$ ，
所以 $F(x)\geq F(0)=0$ 恒成立· …….10 分

② 若 $a>\frac{1}{2}$ ，$G'(0)=1-2a<0$ ，

$G'(\ln(2a+2))=2-\sin(2a+2)>0$ ，所以存在 $x_0\in(0,\ln(2a+2))$ ，使 $G'(x_0)=0$ ，
故存在 $x\in(0,x_0)$ ，使得 $G'(x)<0$ ，
此时 $G(x)$ 单调递减，即 $F'(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，
所以 $F'(x)\leqslant F'(0)=0$ ，故 $F(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，

所以此时 $F(x)\leqslant F(0)=0$ ，不合题意．综上，$a\leqslant\frac{1}{2}$ ． ……12 分

21、 （1）由已知可知：$P(-a,0),Q(0,b)$，所以 $PQ=\sqrt{a^2+b^2}$ ，在 ΔPOQ 中，等面积可得：

$\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{a^2+b^2}$ 又因为该椭圆离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 解得：$a=2,b=\sqrt{2}$

所以该椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$……………..4 分

(2) 、设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3),D(x_4,y_4)$ 由 $E(2,0)$

可设直线 AE 方程：$x=\frac{x_1-2}{y_1}y+2$ 直线 BE 方程：$x=\frac{x_2-2}{y_2}y+2$

将直线 AE 与双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$ 联立可得：$\frac{x_1^2-4x_1+4-2y_1^2}{y_1^2}y^2+\frac{4(x_1-2)}{y_1}y=0$……….6 分

又因为 $\frac{x_1^2}{4}-\frac{y_1^2}{2}=1$ 代入上式中可得：$\frac{2x_1(x_1-2)}{y_1^2}y^2+\frac{4(x_1-2)}{y_1}y=0$…………8 分

解得：$y_3=-\frac{2y_1}{x_1}$ 代入直线 AE 方程：$x_3=\frac{4}{x_1}$ 所以 C 点坐标为 $\left(\frac{4}{x_1},-\frac{2y_1}{x_1}\right)$

同理可得 D 点坐标为：$\left(\frac{4}{x_2},-\frac{2y_2}{x_2}\right)$…………9 分

所以直线 CD 的斜率 $k_{CD}=\frac{-\frac{2y_1}{x_1}-\left(-\frac{2y_2}{x_2}\right)}{\frac{4}{x_1}-\frac{4}{x_2}}=\frac{\frac{2(kx_2+2)}{x_2}-\frac{2(kx_1+2)}{x_1}}{\frac{4}{x_1}-\frac{4}{x_2}}=\frac{-\frac{4}{x_1}+\frac{4}{x_2}}{\frac{4}{x_1}-\frac{4}{x_2}}=-1$………11 分

所以直线 CD 的斜率为定值该定值为—1……………12 分

22.（1）$\begin{cases}\varphi=\frac{\pi}{6}\\ \rho=2\sin 2\theta\end{cases}\Rightarrow \rho=\sqrt{3}$ ……. 5 分

（2）设 $A(\rho_A,\theta)$ $B(\rho_B,\theta+\frac{2\pi}{3})$ $\theta\in[0,2\pi)$

$\rho_A=2\sin 2\theta$ $\rho_B=2\sin(2\theta+\frac{4\pi}{3})$ …….6 分

$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}|\rho_A\cdot\rho_B|\cdot\sin\frac{2\pi}{3}$

$=\frac{1}{2}\left|2\sin 2\theta\cdot 2\sin(2\theta+\frac{4\pi}{3})\right|\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\sqrt{3}\cdot\left|\sin 2\theta(\frac{1}{2}\sin 2\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\theta)\right|$

$=\sqrt{3}\cdot\left|\frac{1}{2}\sin(4\theta-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{4}\right|$ ……. 9 分

当 $4\theta-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$ 时 即 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 时 $S_{\Delta AOB}$ 最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ……. 10 分

23.（1） $f(x)\begin{cases}1 & x<0\\ 2x+1 & 0\le x\le 1\\ -2x+5 & 1\le x<3\\ -1 & x\ge 3\end{cases}$ $\therefore f(x)_{\min=-1}$ .... 5 分

（2）由（1）可知 $a+b=2$

$$(\frac{a^2}{b+1}+\frac{b^2}{a+1})(a+1+b+1)\frac{1}{4}=\frac{1}{4}[\frac{(a+1)a^2}{b+1}+\frac{(b+1)b^2}{a+1}+a^2+b^2]\ge\frac{1}{4}(2ab+a^2+b^2)=1$$

或由柯西不等式 $\ge\frac{1}{4}(\frac{a}{\sqrt{b+1}}\cdot\sqrt{b+1}+\frac{b}{\sqrt{a+1}}\cdot\sqrt{a+1})=1$

当且仅当 $a=b=1$时取等号。 .... 10 分