

4月29日中学生标准学术能力测试数学题

共 25 个选择题，90 分钟，所有选择题均为不定项选择，选对得 4 分，错选得 0 分，漏选得 2 分。考试日期为 2017 年 4 月 29 日。

1. a_1, a_2, \dots, a_9 是数字 1 到 9 的一个排列，则 $a_1a_2a_3 + a_4a_5a_6 + a_7a_8a_9$ 的最小值为 ()

A. 213
B. 214
C. 215
D. 216
2. 设 $(x^2 - x + 1)^{1008} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2016}x^{2016}$ ，则 $a_0 + 2a_1 + 3a_2 + \dots + 2017a_{2016}$ 的值是()

A. 1008
B. 1009
C. 2016
D. 2017
3. 集合 $S = \{1, 2, \dots, 25\}$ ， $A \subseteq S$ ，且 A 的所有子集中元素之和不同。则下列选项正确的有()

A. $|A|_{\max} = 6$
B. $|A|_{\max} = 7$
C. 若 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ ，则 $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{a_i} < \frac{3}{2}$
D. 若 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ ，则 $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{a_i} < 2$
4. 过椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点 F_2 作一条直线交椭圆于 A, B ，则 $\triangle F_1AB$ 的内切圆面积可能是()

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

5. $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为等差数列, 已知 $a_1b_1 = 135$, $a_2b_2 = 304$, $a_3b_3 = 529$, 则下列是 $\{a_nb_n\}$ 中的项的有()
- A. 810
B. 1147
C. 1540
D. 3672
6. 已知函数 $y = x + \frac{t}{x}$, 过 $P(1,0)$ 作切线交函数图象于点 M 和点 N , 记 $|MN| = g(t)$, 则下列说法中正确的有()
- A. $t = \frac{1}{4}$ 时, $PM \perp PN$
B. $g(t)$ 在定义域内单调递增
C. $t = \frac{1}{2}$ 时, M, N 和 $(0,1)$ 共线
D. $g(1) = 6$
7. 已知数列 $\{x_n\}$, 其中 $x_1 = a$, $x_2 = b$, $x_{n+1} = x_n + x_{n-1}$ (a, b 是正整数), 若 2008 为数列中的某一项, 则 $a + b$ 可能的取值有()
- A. 8
B. 9
C. 10
D. 11
8. 投掷一枚均匀的骰子六次, 存在 k 使得 1 到 k 次的点数之和为 6 的概率是 p , 则 p 的取值范围是()
- A. $0 < p < 0.25$
B. $0.25 < p < 0.5$
C. $0.5 < p < 0.75$
D. $0.75 < p < 1$
9. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2$, $AC = 3$, $BC = 4$, O 为三角形的内心, 若 $\vec{AO} = \lambda\vec{AB} + \mu\vec{BC}$, 则 $3\lambda + 6\mu$ 的值为()
- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

10. 甲、乙、丙、丁四人做相互传球的游戏，第一次甲传给其他三人中的一人，第二次由拿到球的人再传给其他三人中的一人，这样的传球共进行了 4 次，则第四次球传回甲的概率是()

- A. $\frac{7}{27}$
- B. $\frac{27}{5}$
- C. $\frac{7}{8}$
- D. $\frac{21}{64}$

11. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 e 的取值范围为 $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$, 直线 $y = -x + 1$ 交椭圆于 M 和 N , 且 $OM \perp ON$, 则椭圆长轴的取值范围是()
- A. $[\sqrt{5}, \sqrt{6}]$
 B. $[\sqrt{6}, \sqrt{7}]$
 C. $[\sqrt{7}, \sqrt{8}]$
 D. $[\sqrt{8}, \sqrt{9}]$
12. 在直角 $\triangle ABC$ 中, 以直角边 AB , 斜边 BC 为其中一边分别向三角形所在一侧作正方形 $ABDE$ 和 $BCFG$, 则向量 \overrightarrow{GA} 和 \overrightarrow{DC} 的夹角为()
- A. 45°
 B. 60°
 C. 90°
 D. 120°
13. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 底面中心为 O , A_1D_1, CC_1 的中点分别为 M, N , 则三棱锥 $O - MB_1N$ 的体积为()
- A. $\frac{7}{24}$
 B. $\frac{48}{7}$
 C. $\frac{24}{5}$
 D. $\frac{5}{48}$
14. 已知 a, b, c 为正实数, 则代数式 $\frac{a}{b+3c} + \frac{b}{8c+4a} + \frac{9c}{3a+2b}$ 的最小值为()
- A. $\frac{47}{48}$
 B. 1
 C. $\frac{35}{36}$
 D. $\frac{3}{4}$
15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle A$ 的角平分线长度为 2, $CH \perp AB$ 于 H , 则下列正确的是()
- A. $CH = \sqrt{3}$
 B. $AB = \sqrt{3} + 1$
 C. $BC = \sqrt{6}$
 D. $S_{\triangle ABC} = 3$

16. 已知实数 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则下列方程有解的是()
- A. $\cos(\cos x) = \sin(\sin x)$
 B. $\sin(\cos x) = \cos(\sin x)$
 C. $\tan(\tan x) = \sin(\sin x)$
 D. $\tan(\sin x) = \sin(\tan x)$
17. 已知 $0 < x < 1$, 则下列正确的是()
- A. $\frac{\sin x}{x} < \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 < \frac{\sin x^2}{x^2}$
 B. $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 < \frac{\sin x}{x} < \frac{\sin x^2}{x^2}$
 C. $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 < \frac{\sin x^2}{x^2} < \frac{\sin x}{x}$
 D. $\frac{\sin x^2}{x^2} < \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 < \frac{\sin x}{x}$
18. 已知 $z_1 = \sin \alpha + 2i$, $z_2 = 1 + i \cos \alpha$, 则 $\frac{13 - |z_1 + iz_2|^2}{|z_1 - iz_2|}$ 的最小值是()
- A. $\frac{1}{2}$
 B. 2
 C. $\frac{4}{3}$
 D. $\frac{3}{2}$
19. 在空间中过点 A 作平面 π 的垂线, 垂足为 B , 记 $B = f_\pi(A)$. 设 α, β 是两个不同的平面. 对空间中的任意一点 P , $Q_1 = f_\beta[f_\alpha(P)]$, $Q_2 = f_\alpha[f_\beta(P)]$, 恒有 $PQ_1 = PQ_2$, 则()
- A. $\alpha \perp \beta$
 B. $\alpha \parallel \beta$
 C. α 与 β 的(锐)二面角为 45°
 D. α 与 β 的(锐)二面角为 60°
20. 已知数列 $\{a_n\}$, 其中 $a_1 = a$, $a_2 = b$, $a_{n+2} = a_n - \frac{7}{a_{n+1}}$, 则()
- A. $\{a_n\}$ 可能递增
 B. $\{a_n\}$ 可能递减
 C. $\{a_n\}$ 可能为有限项
 D. $\{a_n\}$ 可能为无限项

21. 某校共 2017 名学生, 其中每名学生至少要选 A, B 中的一门课, 也有些学生选了两门课. 已知选修 A 的人数占全校人数介于 70% 到 75% 之间, 选 B 的人数占 40% 到 45% 之间. 则下列正确的是()
- A. 同时选 A, B 的可能有 200 人
B. 同时选 A, B 的可能有 300 人
C. 同时选 A, B 的可能有 400 人
D. 同时选 A, B 的可能有 500 人
22. 已知 D, E 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 BC 上的三等分点. 设 $AD = a$, $AE = b$, 则实数对 (a, b) 可以是()
- A. (1, 1)
B. (1, 2)
C. (2, 3)
D. (3, 4)
23. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x$, 若存在实数 t , 当 $x \in [1, m)$ 时, 有 $f(x+t) \leq 3x$ 恒成立, 则实数 m 可以等于()
- A. 3
B. 6
C. 9
D. 12
24. 设 $x, y \in \mathbb{R}$, 函数 $f(x, y) = x^2 + 6y^2 - 2xy - 14x - 6y + 72$ 的值域为 M , 则()
- A. $1 \in M$
B. $2 \in M$
C. $3 \in M$
D. $4 \in M$
25. 若 N 的三个子集 A, B, C 满足 $|A \cap B| = |B \cap C| = |C \cap A| = 1$, 且 $A \cap B \cap C = \emptyset$, 则称 (A, B, C) 为 N 的“有序子集列”. 现有 $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 则 N 有()个有序子集列.
- A. 540
B. 1280
C. 3240
D. 7680