南京市 2022 届高三年级零模考前复习卷答案

数学

2021.08

一、单项选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	D	C	C	B	A	A	B

二、多项选择题

9	10	11	12
AD	ABC	ACD	BC

三、填空题

13. 4　　14. 3.2　　15. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　16. 23，20

四、解答题

17.（1）由 $\cos B=\frac{11}{16}$，可得 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{3\sqrt{15}}{16}>\sin A$，

所以 $A<B$，所以 A 为锐角，$\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\frac{7}{8}$，

所以 $\sin C=\sin(A+B)=\frac{\sqrt{15}}{8}\times\frac{11}{16}+\frac{7}{8}\times\frac{3\sqrt{15}}{16}=\frac{\sqrt{15}}{4}$，

由正弦定理可得 $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=\frac{\sqrt{15}}{8}:\frac{3\sqrt{15}}{16}:\frac{\sqrt{15}}{4}=2:3:4$.

（2）由（1）知 $\cos C=-\cos(A+B)=-\frac{1}{4}$，

所以

$|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}|^2=|\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{CB}|^2+2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}=b^2+a^2-2ab\cos C=b^2+a^2+\frac{ab}{2}=64$，

设 $a=2t$，$b=3t$，$c=4t$，则 $b^2+a^2+\frac{ab}{2}=9t^2+4t^2+3t^2=64$，解得 $t=2$，

所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $9t=18$.

18.解：（1）设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则 $\begin{cases}a_2=a_1+d=3\\5a_1+10d=4(a_1+2d)+5\end{cases}$，

解得$a_1=1$，$d=2$，

$\therefore a_n=2n-1$，$n\in\mathbf{N}^*$，

$\therefore S_n=\dfrac{n\left(a_1+a_n\right)}{2}=n^2$；

（2）设$T_n=\dfrac{S_1}{a_1a_2}+\dfrac{S_2}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{S_n}{a_na_{n+1}}$，由$\dfrac{1}{3}=\dfrac{b_1}{3}$可得$b_1=1$，

由$T_2=\dfrac{1}{3}+\dfrac{4}{15}=\dfrac{2}{5}b_2$，可得$b_2=\dfrac{3}{2}$，

故存在等差数列$\{b_n\}$满足条件，其中$b_n=\dfrac{n+1}{2}$，$n\in\mathbf{N}^*$，

下面用数学归纳法证明：当$b_n=\dfrac{n+1}{2}$时，$T_n=\dfrac{nb_n}{a_{n+1}}$对$n\in\mathbf{N}^*$成立，

①当$n=1$时，由上面过程可知，等式成立，

②假设$n=k$时等式成立，即$T_k=\dfrac{kb_k}{a_{k+1}}=\dfrac{k(k+1)}{2(2k+1)}$，

则当$n=k+1$时，$T_{k+1}=T_k+\dfrac{S_{k+1}}{a_{k+1}a_{k+2}}$

$$=\frac{k(k+1)}{2(2k+1)}+\frac{(k+1)^2}{(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{(k+1)\left[k(2k+3)+2(k+1)\right]}{2(2k+1)(2k+3)},$$

$$=\frac{(k+1)\left(2k^2+5k+2\right)}{2(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{(k+1)(k+2)(2k+1)}{2(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{(k+1)(k+2)}{2(2k+3)}$$

$$=\frac{(k+1)b_{k+1}}{a_{k+2}},$$

即当$n=k+1$时等式成立，

由①②可知$\dfrac{S_1}{a_1a_2}+\dfrac{S_2}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{S_n}{a_na_{n+1}}=\dfrac{nb_n}{a_{n+1}}$，（其中$b_n=\dfrac{n+1}{2}$）对$n\in\mathbf{N}^*$成立.

19. （1）由已知得$\begin{cases}a+b+12+26=80,\\a=2b\end{cases}$解得$\begin{cases}a=28,\\b=14,\end{cases}$

补全表中所缺数据如下：

	不使用手机	使用手机	合计
学习成绩优秀人数	28	12	40
学习成绩不优秀人数	14	26	40
合计	42	38	80

根据题意计算观测值为$K^2=\dfrac{80\times(28\times26-14\times12)^2}{42\times38\times40\times40}\approx9.825>7.879$，

所以有99.5%的把握认为中学生使用手机对学习有影响.

（2）根据题意由分层抽样方法可知，抽取成绩优秀的学生3名，成绩不优秀的学生3名.

从而x的所有可能取值为$0,1,2,3$，

且$P(x=0)=\dfrac{C_3^0C_3^3}{C_6^3}=\dfrac{1}{20}$，$P(x=1)=\dfrac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\dfrac{9}{20}$，$P(x=2)=\dfrac{C_3^2C_3^1}{C_6^3}=\dfrac{9}{20}$，

$P(x=3)=\dfrac{C_3^3C_3^0}{C_6^3}=\dfrac{1}{20}$，

所以x的分布列为

x	0	1	2	3
P	$\dfrac{1}{20}$	$\dfrac{9}{20}$	$\dfrac{9}{20}$	$\dfrac{1}{20}$

x的数学期望为$E(x)=0\times\dfrac{1}{20}+1\times\dfrac{9}{20}+2\times\dfrac{9}{20}+3\times\dfrac{1}{20}=\dfrac{3}{2}$.

20. （1）如图所示，在底面$ABCD$中，过点C分别作$CP\perp AB$，$CQ\perp AD$

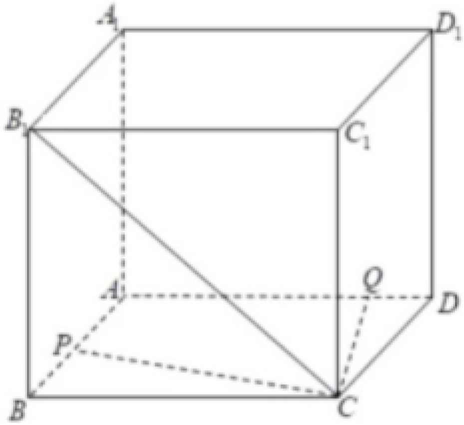
因为平面$ABB_1A_1\perp$平面面$ABCD$，$ABB_1A_1\cap ABCD=AB$，且$CP\subset$平面$ABCD$，

由面面垂直的性质定理，可得$CP\perp$平面ABB_1A_1，

又由$AA_1\subset$平面ABB_1A_1，所以$AA_1\perp CP$，

同理可证：$AA_1\perp CQ$，

又因为$CP\cap CQ=C$，且$CP,CQ\subset$平面$ABCD$，所以$AA_1\perp$平面$ABCD$.



（2）因为四边形$ABCD$是边长为2的正方形，且$AA_1=AD$，

可得四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$为棱长为2的正方体，

延长MN交AD于点H，连接EH，即为平面$EMN\cap$平面$ADD_1A_1=EH$，

则直线l与B_1C所成角即为直线EH与B_1C所成的角，

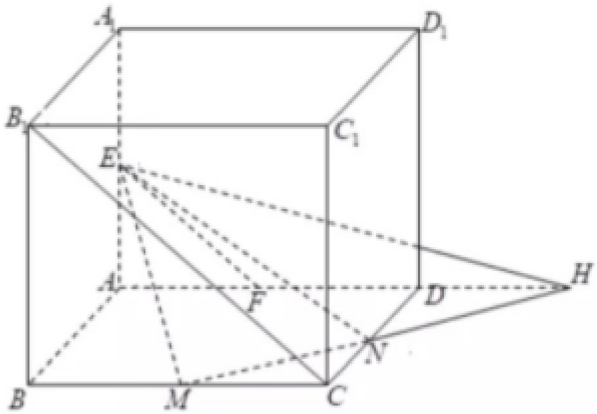
取AD的中点F，连接EF，可得$EF//B_1C$，

则异面直线EH与B_1C所成的角即为EF与B_1C所成的角，设为θ，其中$\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，

在直角$\triangle EAH$中，可得$EH=\sqrt{AE^2+AH^2}=\sqrt{10}$，

在$\triangle EFH$中，可得$\cos\theta=\frac{EH^2+EF^2-FH^2}{2EH\cdot EF}=\frac{10+2-4}{2\sqrt{10}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

即直线l与B_1C所成角的余弦值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$



21. （1）由已知

$$\begin{cases} a=\sqrt{3}b \\ \dfrac{9}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}=1 \\ c^2=a^2+b^2 \end{cases} \therefore \begin{cases} a^2=6 \\ b^2=2 \end{cases} \therefore \frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$$

（2）设直线方程为 $y=kx+4$， $M(x_1,y_1),N(x_1,y_1)$，

直线 DM 的方程为 $y-1=\dfrac{y_1-1}{x_1-3}(x-3)$，可得 $P\left(0,1-\dfrac{3(y_1-1)}{x_1-3}\right)$

直线 DN 的方程为 $y-1=\dfrac{y_2-1}{x_2-3}(x-3)$，可得 $Q\left(0,1-\dfrac{3(y_2-1)}{x_2-3}\right)$

联立 $\begin{cases} y=kx+4 \\ \dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{2}=1 \end{cases}$，消去 y，整理得 $(1-3k^2)x^2-24kx-54=0$．

$$\begin{cases} \Delta=24^2k^2+4\times(1-3k^2)\times 54>0 \\ x_1+x_2=\dfrac{24k}{1-3k^2}<0 \\ x_1x_2=\dfrac{-54}{1-3k^2}>0 \end{cases}$$

可得 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}<k<\sqrt{3}$

$$|BP|+|BQ|=4-y_M+4-y_N=6+\frac{3(y_1-1)}{x_1-3}+\frac{3(y_2-1)}{x_2-3}$$

$=6+3\times\dfrac{(y_1-1)(x_2-3)+(y_2-1)(x_1-3)}{(x_1-3)(x_2-3)}$

$=6+3\times\dfrac{(kx_1+3)(x_2-3)+(kx_2+3)(x_1-3)}{(x_1-3)(x_2-3)}$

$=6+3\times\dfrac{2kx_1x_2+(3-3k)(x_1+x_2)-18}{x_1x_2-3(x_1+x_2)+9}$

$=6+3\times\dfrac{2k\times\dfrac{-54}{1-3k^2}+(3-3k)\times\dfrac{24k}{1-3k^2}-18}{\dfrac{-54}{1-3k^2}-3\times\dfrac{24k}{1-3k^2}+9}$

$=\dfrac{24k^2+60k+36}{3k^2+8k+5}=\dfrac{24k+36}{3k+5}=8-\dfrac{4}{3k+5}$

又$\dfrac{\sqrt{3}}{3}<k<\sqrt{3}$，所以$|BP|+|BQ|$的范围是$\left(\dfrac{78+2\sqrt{3}}{11},18-6\sqrt{3}\right)$.

22. （1）$\because f'(x)=ae^x-1+(x-1)\cdot ae^x$，$\therefore k=f'(1)=ae-1=e-1$，$\therefore a=1$；

（2）由（1）得$f'(x)=xe^x-1$，又$f'(0)=-1<0$，$f'(1)=e-1>0$，且$f'(x)=xe^x-1$在$(0,1)$上单调递增

所以$f'(x)=xe^x-1=0$有唯一实根$x_0\in(0,1)$，

$x\in(-\infty,x_0)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$递减，$x\in(x_0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$递增，故两根分别在$(-\infty,x_0)$与$(x_0,+\infty)$内，无妨设$x_1<x_2$，

设$g(x)=f(x)-(e-1)(x-1)$，$x\in(x_0,+\infty)$，则$g'(x)=x\cdot e^x-e$，

$x\in(x_0,1)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$递减，$x\in(1,+\infty)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$递增，$\therefore g(x)$有最小值$g(1)=0$，即$f(x)\ge(e-1)(x-1)$恒成立，$b=f(x_2)\ge(e-1)(x_2-1)$，

$\therefore x_2\le\dfrac{b}{e-1}+1$，又因为函数$f(x)$在$x=0$处的切线方程为$y=-x$，所以$f(x)\ge -x$恒成立，$b=f(x_1)\ge -x_1$，

$\therefore x_1\ge -b$，于是$|x_1-x_2|\le\dfrac{b}{e-1}+1+b=\dfrac{eb}{e-1}+1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》