

2023 年普通高等学校招生全国统一考试模拟演练

文科数学

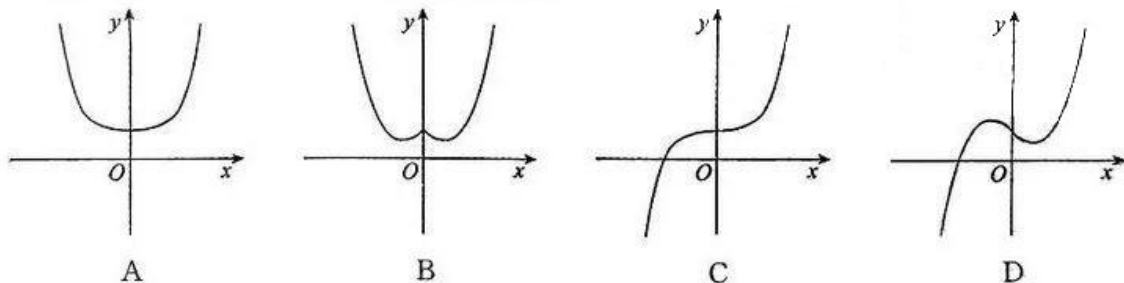
本试卷总分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

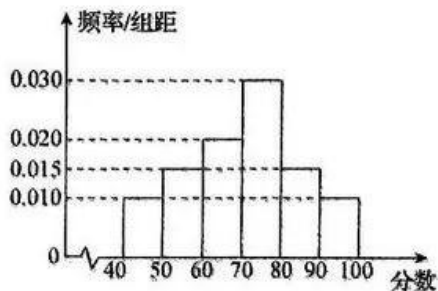
- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知全集 $I = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 10\}$, 集合 $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, 则 $\complement_I(M \cup N) =$
A. $\{5, 7, 9\}$ B. $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$
C. $\{0, 5, 7, 9\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$
- 已知复数 $z = \frac{a+2i}{1+i}$ ($a \in \mathbb{R}$), $|z| = \sqrt{10}$, 且 z 在复平面上对应的点位于第二象限, 则 $a =$
A. 4 B. -4 C. ± 4 D. ± 2
- 函数 $f(x) = e^x + e^{-x} - x^2 - 1$ 的部分图象是.



- 某教育主管部门为护航青少年健康成长, 在全区 12 000 名学生中进行《青少年自我保护意识和能力》问卷调查, 调查结束后, 随机抽取 1 000 份调查问卷, 并将成绩进行统计(满分: 100 分), 按照 $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$ 分成 6 组, 可得到如图所示的频率分布直方图. 用样本估计总体, 则下列说法不正确的是



- 全区学生调查问卷成绩的平均数大于 70 分(同一组数据用该组区间的中点值作代表)
- 全区学生调查问卷成绩的中位数大于 70 分
- 全区学生调查问卷成绩在 $[60, 70)$ 的人数为 2 500
- 全区学生调查问卷成绩不低于 80 分的学生占全体学生的 25%

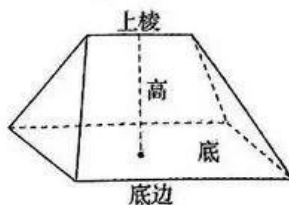
5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{1023} - S_{1000} = 1$, 则 $S_{2023} =$

- A. 2 023 B. $\frac{2\ 023}{23}$ C. 2 022 D. $\frac{2\ 022}{23}$

6. 为科学开展乡村绿化美化, 促进农村人居环境整治提升, 某乡镇从 A, B, C, D, E 共 5 个自然村中任选 3 个作为试点, 则 A, B 两个自然村恰有 1 个被选中的概率为

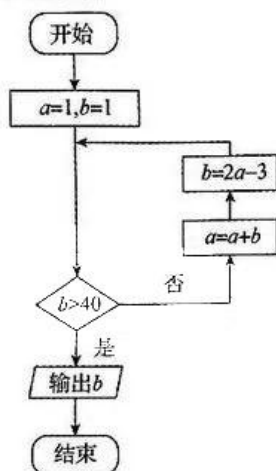
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

7. 刍(chú)甍(méng)是中国古代算数中的一种几何体, 其结构特征是: 底面为矩形, 上棱和底面平行, 且长度不等于底面平行的棱长的五面体, 如图所示的刍甍是一个对称的五面体, 底面矩形的长为 4, 宽为 2, 上棱长为 2, 高为 4, 则它的外接球的表面积为



- A. $\frac{13}{2}\pi$ B. $12\sqrt{2}\pi$
C. 26π D. 29π

8. 执行如图所示的程序框图, 则输出 b 的值为



- A. 45 B. 64 C. 81 D. 92

9. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2, |b| = 1, |a + 2b| = 2\sqrt{3}$, 则向量 a 与向量 $a + 2b$ 的夹角为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

10. 已知 α, β 均为锐角, 且 $\sin \alpha = \sqrt{5} \sin \beta, \sqrt{2} \cos \alpha = \cos \beta$, 则 $\tan^2 \alpha - \tan \beta =$

- A. $\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{5 + \sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{5 - \sqrt{2}}{4}$

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > a > 0)$ 的左焦点为 F , 右顶点为 A , 一条渐近线与圆 $A: (x - a)^2 + y^2 = b^2$ 在第一象限交于点 M , MF 交 y 轴于点 N , 且 $\angle FNA = 90^\circ$, 则 C 的离心率为

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $1 + \sqrt{2}$ D. $2 + \sqrt{2}$

12. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$. 若 $f(x - \frac{\pi}{3})$ 为偶函数, $f(x + \frac{\pi}{3})$ 为奇函数, 则 ω 的值可以是

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{9}{4}$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且满足关系式 $f(x) = x^2 + 2xf'(1) + \ln x$, 则 $f'(1) =$ _____.

14. 已知 $\theta \in (0, 2\pi)$, 角 θ 的终边过点 $(\cos \frac{6\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5}, \cos \frac{6\pi}{5} - \sin \frac{6\pi}{5})$, 则 $\theta =$ _____.

15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x)$ 为偶函数, $f(x+1)$ 为奇函数, 则 $f(2023) =$ _____.

16. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$, 过点 $D(0, 2)$ 的直线交 C 于 A, B 两点, C 在 A, B 两点处的切线交于点 $M(a, b)$, 且 $a + b = -1$. 若点 M 到直线 AB 的距离为 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$, 则 $p =$ _____.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (12分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $c = 2b$, D, E 是 BC 边上的点, 且满足 $BD = DE = EC, c = \frac{6\sqrt{17}}{17}AD$.

(1)求 $\angle BAC$;

(2)若 $a = \sqrt{5}$, 求 $\triangle ADE$ 的外接圆的直径.

18. (12分)

国庆假期期间,某旅游景点统计了假期第二天至第六天(顺序号: x) 的客流量(单位:万人),得到以下数据:

日期顺序号 x	2	3	4	5	6
客流量 y /万人	10	12	15	16	17

(1)求相关系数 r (精确到 0.01);

(2)求 y 关于 x 的线性回归方程;

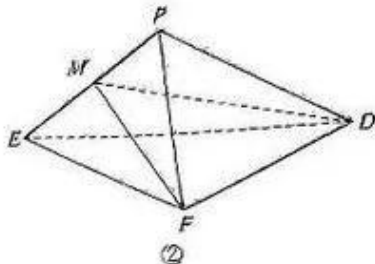
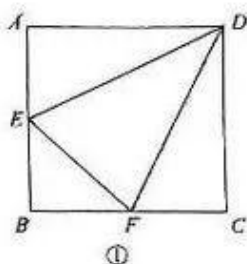
(3)根据(2)中求得的回归方程,试估计第七天的客流量.

附:回归直线 $y = bx + a$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$,

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$, 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \sqrt{85} \approx 9.220$.

19. (12分)

如图①,在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 边的中点, F 是 BC 边的中点,将 $\triangle AED, \triangle BEF, \triangle DCF$ 分别沿 DE, EF, DF 折起,使 A, B, C 三点重合于点 P ,得到四面体 $P-DEF$,如图②,且 M 为棱 PE 上一点.



- (1) 证明: $PD \perp MF$;
(2) 若 $AB=6$, 三棱锥 $M-EFD$ 的体积为 3, 求 MF 的长度.

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - \frac{1}{3}x^3 - ax - 1 (a \in \mathbb{R})$.

- (1) 设 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 判断 $f'(x)$ 的单调性;
(2) 当 $t \in [0, 2e]$ 时, 证明: $f(x) + (a+1)x > t \ln x$.

21. (12 分)

已知圆 $O_1: (x+1)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, 圆 $O_2: (x-1)^2 + y^2 = \frac{49}{4}$, 圆 M 与圆 O_1 外切, 且与圆 O_2 内切.

(1) 求圆心 M 的轨迹 C 的方程;

(2) 若 A, B, Q 是 C 上的三点, 且直线 AB 不与 x 轴垂直, O 为坐标原点, $\overrightarrow{OQ} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB}$, 则当 $\triangle AOB$ 的面积最大时, 求 $\lambda^2 + \mu^2$ 的值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 + 2\cos \alpha \\ y = 1 + 2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程是 $3\rho \cos \theta - 4\rho \sin \theta + 3 = 0$.

- (1) 求 C 的普通方程和 l 的直角坐标方程;
(2) 已知点 $P(2, 0)$, 直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 求 $\triangle PAB$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知不等式 $|x+m| + |x+2| \geq 3$ 恒成立, 正数 m 的最小值为 M .

- (1) 求 M ;
(2) 若正数 a, b, c 满足 $2a+b+c=M$, 证明: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{4}{5}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线