

2023 届高三冲刺卷(二) 全国卷 文科数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟, 满分 150 分

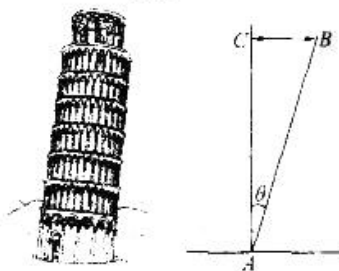
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x = 3n + 2, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x^2 - 5x - 6 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{-1, 2, 5\}$ B. $\{2, 5\}$ C. $\{-1, 1, 3\}$ D. $\{0, 2, 5, 6\}$

2. 已知复数 z 满足 $\frac{z-2i}{z+2} = -i$, 则 $|z| =$

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $\sqrt{2}$

3. 塔因为年代久远, 塔身容易倾斜, 在下方右图中, AB 表示塔身, 塔身 AB 的长度就是塔的高度, 塔身与铅垂线 AC 的夹角 θ 为倾斜角, 塔顶 B 到铅垂线的距离 BC 为偏移距离, 现有两个塔高相同的斜塔, 它们的倾斜角的正弦值分别为 $\frac{7}{25}, \frac{9}{41}$, 两座塔的偏移距离差的绝对值为 3.1 米, 则两座塔的塔顶到地面的距离差的绝对值为

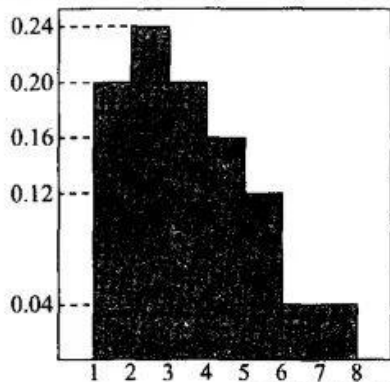


- A. 1.2 米 B. 0.6 米
 C. 1 米 D. 0.8 米

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 a_1 和公差 d 都是正数, 且 $\lg a_1, \lg a_3, \lg a_5$ 成等差数列, 则数列 $\lg a_1, \lg a_3, \lg a_5$ 的公差为

- A. $\lg d$ B. $\lg \frac{2}{3}$ C. $\lg \frac{3}{2}$ D. $\lg 2d$

5. 如图所示的频率分布直方图, 则平均数、众数和中位数的大小关系是(由小到大排列)



- A. 众数 < 中位数 < 平均数 B. 平均数 < 众数 < 中位数
 C. 中位数 < 平均数 < 众数 D. 众数 < 平均数 < 中位数



6. 已知 m, n 表示空间内两条不同的直线, 则使 $m \parallel n$ 成立的必要不充分条件是
- A. 存在平面 α , 有 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$ B. 存在平面 α , 有 $m \perp \alpha, n \perp \alpha$
C. 存在直线 l , 有 $m \perp l, n \perp l$ D. 存在直线 l , 有 $m \parallel l, n \parallel l$
7. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0, \\ 4x-3y+3 \leq 0, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 则目标函数 $z=x-y$ 的最小值为
- A. $-\frac{5}{2}$ B. -1 C. $-\frac{3}{2}$ D. -3
8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 以 $F_1 F_2$ 为直径的圆依次交双曲线于 A, B, C, D 四点, 直线 CF_2 交双曲线于点 C, E , 且 $2\overrightarrow{CF_2} = \overrightarrow{F_2 E}$, 则双曲线的离心率为
- A. 3 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{\sqrt{17}}{3}$ D. $\sqrt{3}$
9. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ 是在区间 $(\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{36})$ 上的单调减函数, 其图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{36}$ 对称, 且 $f(x)$ 的一个零点是 $x = \frac{7}{72}\pi$, 则 ω 的最小值为
- A. 2 B. 12 C. 4 D. 8
10. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 $(2, 0)$ 的直线交抛物线于 A, B 两点, 若 $|AF| + |BF| = 10$, 则 $|AF| \cdot |BF| =$
- A. 12 B. 13 C. 15 D. 16
11. 已知正方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 的棱长为 2, P, Q 分别是 AA_1, BB_1 的中点, 则经过点 P, Q, C, D, C_1 的球的表面积为
- A. $\frac{41}{2}\pi$ B. 20π C. 10π D. $\frac{41}{4}\pi$
12. 若实数 $a, b, c \in [0, 1]$, 且满足 $ae^{-a} = e^{-b}, be^{b^2} = 1, 2e^a, ce^{b^2} = 1, 6e^c$, 则 a, b, c 的大小关系是
- A. $c > b > a$ B. $b > a > c$ C. $a > b > c$ D. $b > c > a$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $a = (1, -x), b = (x, -3)$, a 与 b 共线, 则 $|a| =$ _____.
14. 已知函数 $f(x) = |\ln(x-1)| - |\ln(x+1)|$, 则函数 $f(x)$ 的最小值为 _____.
15. 小明准备在阳台种植玫瑰、百合、牡丹和兰花 4 种盆栽, 共种 6 盆, 并且每种花至少种 1 盆, 则玫瑰花恰好种 2 盆的概率是 _____.
16. 已知函数 $f(x) = \ln x + a\left(x - \frac{1}{x}\right)$, 对任意 $x > 1$, 都有 $f(x) < 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

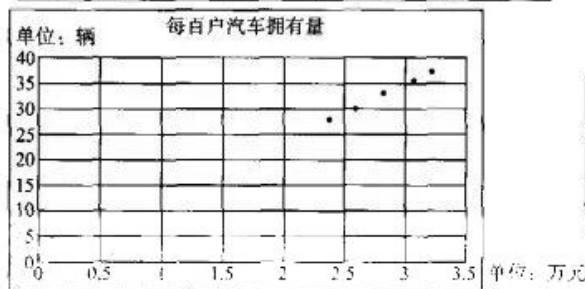
(一) 必考题: 60 分。

17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 是其前 n 项的和, $5S_2 = 11S_1, \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2 - a_{n+1}$.

(1) 求 a_1, a_2 的值, 并证明 $\left\{\frac{1}{a_n} - 1\right\}$ 是等比数列;

(2) 证明: $n - 1 + \frac{1}{2^n} < S_n < n - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^{n+1}}$.

18. (12分) 下面两个图分别是2016年—2020年中国家庭平均每百户汽车拥有量和居民人均可支配年收入柱状图, 为了分析居民家庭平均每百户汽车的拥有量与居民人均可支配全年总收入的关系, 根据这两个图, 绘制每百户汽车拥有量 y (单位: 辆) 与人均可支配收入 x (单位: 万元) 的散点图.



\bar{x}	\bar{y}	$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
2.82	32.56	0.46	5.27

附: 线性回归模型 $y = \hat{a} + \hat{b}x$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

(1) 由其散点图可以看出, 可以用线性回归模型 $y = \hat{a} + \hat{b}x$ 拟合每百户拥有汽车量 y 关于人均可支配收入 x 的关系, 请建立 y 关于 x 的回归方程;

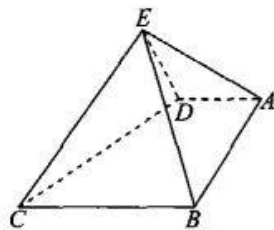
(2) 如果从2020年开始, 以后每年人均可支配年收入以6%的速度增长, 当每百户汽车拥有量达到50辆时, 求每百户汽车拥有量平均每年至少增长的速度.

(附: $(1 + 0.06)^2 = 1.12$, $(1 + 0.06)^3 = 1.19$, $(1 + 0.06)^4 = 1.26$, $(1 + 0.06)^5 = 1.34$, $(1 + 0.06)^6 = 1.42$, $(1 + 0.06)^7 = 1.50$, $(1 + 0.05)^6 = 1.340$, $(1 + 0.04)^6 = 1.265$.)

19. (12分) 四棱锥 $E-ABCD$ 中, $ED \perp$ 面 EBC , $AD = ED$, 底面 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BAD = \angle CBA = 90^\circ$, $AB = BC = 2AD$.

(1) 若点 F 在线段 BC 上, 试确定 F 的位置, 使面 $DEF \perp$ 面 $ABCD$, 并给出证明;

(2) 若 $EF = \sqrt{3}$, 求四棱锥 $E-ABCD$ 的体积.



20.(12分)已知函数 $f(x) = \ln x - x$, $g(x) = \frac{e^x}{x^2}$, 其中 $x > 0$.

(1)分别求函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的极值;

(2)讨论函数 $h(x) = af(x) + \frac{1}{xg(x)}$ 的零点个数.

21.(12分)已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点为 A , 右焦点为 F , 点 $B\left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ 满足 $3\overrightarrow{FB} = 2\overrightarrow{AF}$.

(1)证明: 点 B 在椭圆上;

(2)若直线 $y = kx + \frac{1}{k}$ 与椭圆有两个不同的交点 P, Q , O 是坐标原点, 求 $\triangle OPQ$ 面积的最大值.

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的直角坐标方程为 $x - 7y + 8 = 0$, 曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 - 4x = 0$, 以坐标原点为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求直线 l 和曲线 C 的极坐标方程;

(2)设直线 l 交曲线 C 于两点 A, B , 求 $\angle AOB$ 的大小.

23.[选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |x| + |x+1|$.

(1)求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;

(2)若函数 $f(x)$ 的最小值为 m , 且 $a+b+c=m$, 求 $a^2 + (b-1)^2 + (c+2)^2$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

