

# 江西省高一期末联考

## 数 学

### 考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：北师大版必修第二册。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数  $z$  满足  $z(1+i)=3-i$ ，则  $z$  的虚部为

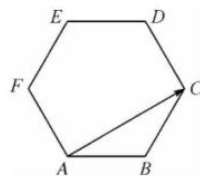
- A. -1                                      B. -2                                      C. -2i                                      D. 2

2.  $\cos 82^\circ \cos 22^\circ + \sin 82^\circ \sin 22^\circ =$

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                                       B.  $-\frac{1}{2}$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 如图，在正六边形  $ABCDEF$  中， $\overrightarrow{AC} =$

- A.  $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$   
B.  $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AF}$   
C.  $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AF}$   
D.  $2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AF}$



4. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ， $b^2 - c^2 = 2a^2$ ， $c = 2a$ ，则  $\cos B =$

- A.  $-\frac{1}{2}$                                       B.  $-\frac{1}{4}$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 设  $l, m$  是不同的直线， $\alpha, \beta$  是不同的平面，则下列命题正确的是

- A. 若  $l \parallel \alpha, m \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$ ，则  $l \parallel m$                                       B. 若  $l \parallel m, m \perp \beta, l \perp \alpha$ ，则  $\alpha \parallel \beta$   
C. 若  $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha, m \parallel \beta$ ，则  $l \perp m$                                       D. 若  $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha, m \parallel \beta$ ，则  $l \parallel m$

6. 将函数  $f(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  的图象上所有点的横坐标缩短为原来的  $\frac{1}{2}$ ，纵坐标伸长为原来的 2 倍，然

后将所得图象向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度，得到函数  $y = g(x)$  的图象，则  $g(x) =$

- A.  $4\sin\left(2x - \frac{5\pi}{12}\right)$                                       B.  $4\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{7\pi}{24}\right)$   
C.  $4\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$                                       D.  $4\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$

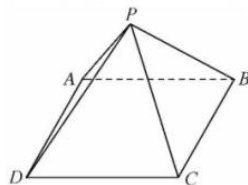
【高一期末联考·数学 第 1 页(共 4 页)】

7. 位于某港口 A 的小艇要将一件重要物品送到一艘正在航行的海轮上. 在小艇出发时, 海轮位于港口 A 北偏东  $30^\circ$  且与该港口相距 30 海里的 B 处, 并正以 20 海里/时的速度沿正西方向匀速行驶. 假设该小艇沿直线方向以  $v$  海里/时的航行速度匀速行驶, 经过  $t$  小时与海轮相遇. 若希望相遇时小艇的航行距离最小, 则小艇的航行速度(单位: 海里/时)应为

- A.  $10\sqrt{3}$                       B. 20                      C.  $30\sqrt{3}$                       D.  $20\sqrt{3}$

8. 如图, 已知正四棱锥  $P-ABCD$  的所有棱长均为 4, 平面  $\alpha$  经过 BC, 则平面  $\alpha$  截正四棱锥  $P-ABCD$  的外接球所得截面圆的面积的最小值为

- A.  $\sqrt{2}\pi$   
B.  $2\sqrt{2}\pi$   
C.  $4\pi$   
D.  $4\sqrt{2}\pi$



二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列各式中值为 1 的是

- A.  $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$                       B.  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sin^2 15^\circ$                       D.  $\sin^2 2023 + \cos^2 2023$

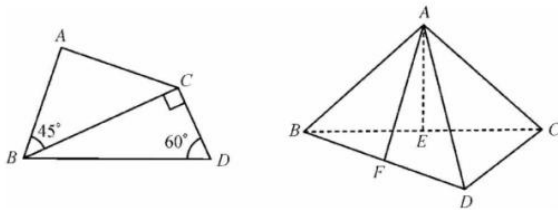
10. 若复数  $z$  在复平面内对应的点为  $Z$ , 则下列说法正确的是

- A. 若  $z(i-1) = i^{2023} - 1$ , 则  $Z$  在第二象限  
B. 若  $z$  为纯虚数, 则  $Z$  在虚轴上  
C. 若  $|z| \leq 3$ , 则点  $Z$  的集合所构成的图形的面积为  $6\pi$   
D. 若  $z = a + bi (a, b \in \mathbf{R})$ , 且  $a^2 + b^2 = 1$ , 则  $z + \frac{1}{z}$  为实数

11. 已知向量  $\mathbf{a} = (m+1, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (1-m, 2)$ , 则下列说法正确的是

- A. 若  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 则  $m = 3$   
B. 存在  $m \in \mathbf{R}$ , 使得  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$   
C.  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{5}$   
D. 当  $m = 1$  时,  $\mathbf{a}$  在  $\mathbf{b}$  上的投影向量的坐标为  $(0, -1)$

12. 如图, 将一副三角板拼成平面四边形, 将等腰直角  $\triangle ABC$  沿  $BC$  向上翻折, 得三棱锥  $A-BCD$ . 设  $CD = 2$ , 点  $E, F$  分别为棱  $BC, BD$  的中点,  $M$  为线段  $AE$  上的动点, 则下列说法正确的是



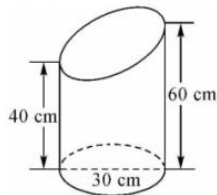
- A. 存在某个位置, 使  $AB \perp CD$   
B. 存在某个位置, 使  $AC \perp BD$   
C. 当三棱锥  $A-BCD$  体积取得最大值时,  $AD$  与平面  $ABC$  所成角的正切值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$   
D. 当  $AB = AD$  时,  $CM + FM$  的最小值为  $\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设两条异面直线所成的角为  $\theta$ , 则  $\cos \theta$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $C = \frac{\pi}{3}$ ,  $c = \sqrt{3}$ , 则  $\frac{3a+b}{3\sin A + \sin B}$  的值为 \_\_\_\_\_.

15. 如图所示的斜截圆柱是用一个平面从圆柱上截取而来,其侧面可看成圆柱侧面的一部分,已知圆柱底面的半径为 15 cm,母线长最短 40 cm,最长 60 cm,则该斜截圆柱的侧面积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .



16. 函数  $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}}$  的一个单调减区间为 \_\_\_\_\_ . (答案不唯一)

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

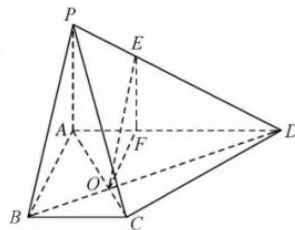
已知向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{4}$ , 且  $|\mathbf{a}| = \sqrt{2}, |\mathbf{b}| = 1$ .

- (1) 求  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b})$  的值;  
(2) 求  $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}|$  的值.

18. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD, AB \perp AD, AD = 2BC, AD \parallel BC, AC, BD$  交于点  $O$ .

- (1) 求证:平面  $PAB \perp$  平面  $PAD$ ;  
(2) 设  $E$  是棱  $PD$  上一点,过  $E$  作  $EF \perp AD$ ,垂足为  $F$ ,若平面  $OFE \parallel$  平面  $PAB$ ,求  $\frac{PE}{ED}$  的值.

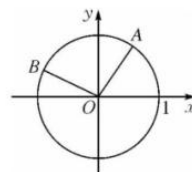


19. (本小题满分 12 分)

已知角  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \beta \in [0, \pi]$ ,角  $\alpha$  和  $\beta$  的终边分别与单位圆交于  $A, B$  两点.

- (1) 若  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ,求  $\frac{\sin(\pi - \alpha) \cos(\frac{5\pi}{2} + \beta)}{\cos(\pi - \beta) \sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$  的值;

- (2) 若  $|\vec{OA} + \vec{OB}| = 1$ ,点  $A$  的横坐标为  $\frac{3}{5}$ ,求  $\cos \beta - \sin \beta$  的值.



20. (本小题满分 12 分)

在锐角 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,且 $2a \sin A(b^2 + c^2 - a^2) = c \sin B(a^2 + b^2 - c^2) + b \sin C(a^2 + c^2 - b^2)$ .

- (1)求角 $A$ 的大小;  
(2)若 $a=2$ ,求 $b+c$ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

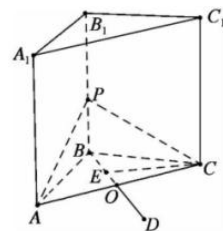
已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x \cos \varphi - \cos \varphi - 2\sin x \cos x \sin \varphi$  ( $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ),且 $f(-\frac{\pi}{12} + x) + f(-\frac{\pi}{12} - x) = 0$ .

- (1)求函数 $f(x)$ 的解析式;  
(2)若函数 $g(x) = 2f(2x) - a$ 在区间 $[-\frac{\pi}{8}, \frac{11\pi}{24}]$ 上恰有 3 个零点 $x_1, x_2, x_3$  ( $x_1 < x_2 < x_3$ ),求 $a$ 的取值范围和 $\sin(x_1 + x_2)$ 的值.

22. (本小题满分 12 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=BC=2, \angle ABC=120^\circ, AA_1=4, O$ 为 $AC$ 的中点, $P$ 为 $BB_1$ 上的动点, $E$ 在 $BO$ 上,且满足 $BE=2EO$ .现延长 $BO$ 至 $D$ 点,使得 $OD=BO$ .

- (1)若二面角 $P-CD-B$ 的平面角为 $30^\circ$ ,求 $BP$ 的长;  
(2)若三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ,求 $CE$ 与平面 $PCD$ 所成角的正弦值.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw