江西省赣抚吉名校2022届高三联合考试
数学(理)参考答案

1.【答案】C
【解析】$U=\{x\in\mathbf{N}^*|1<x<8\}=\{2,3,4,5,6,7\}$,$M=\{x|\log_2x>2\}=\{x|\log_2x>\log_24\}=\{5,6,7\}$,所以$\complement_UM=\{2,3,4\}$.

2.【答案】D
【解析】$z=\frac{a}{2-\mathrm{i}}+\mathrm{i}=\frac{a(2+\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}+\mathrm{i}=\frac{2a}{5}+(1+\frac{a}{5})\mathrm{i}$,因为复数$z$在复平面内对应的点在直线$y=x$上,所以$1+\frac{a}{5}=\frac{2a}{5}$,$a=5$,故选D.

3.【答案】C
【解析】因为$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$,所以$1\times4-2m=0$,解得$m=2$,所以$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,6)$,所以$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$,故选C.

4.【答案】C
【解析】设赏赐依次构成的等差数列为$\{a_n\}$,由题知$a_1+a_2=2a_1+d=190$,$a_8+a_9+a_{10}=3a_1+24d=60$,解得$a_1=100$,$d=-10$,则$a_5=100-4\times10=60$,故选C.

5.【答案】B
【解析】2015~2020年中国常温乳酸菌饮品市场规模逐年增加,①正确;2015~2020年中国常温乳酸菌饮品市场规模增速逐年下降,②错误;由预测可知,2021年中国常温乳酸菌饮品市场规模与2019年相比,增速为$\frac{177-142}{142}=\frac{35}{142}\approx24.6\%$,③错误,故选B.

6.【答案】A
【解析】由椭圆的定义及椭圆的对称性可得$|PF|+|QF|=2a=6$,$a=3$,由椭圆C的离心率为$\frac{1}{3}$得$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{1}{3}$,所以$b^2=8$,故选A.

7.【答案】B
【解析】设公差为$d(d\neq0)$,则$a_2=3a_1$,$d=a_2-a_1=2a_1$,$a_l=a_1+(l-1)d=a_1+(l-1)\cdot2a_1=(2l-1)a_1$,又$a_l=a_1\cdot3^4$,所以$(2l-1)a_1=a_1\cdot3^4$,即$2l-1=3^4$,得$l=41$. 故选B.

8.【答案】C
【解析】二项式$(2\sqrt{x}-x^{-1})^6$的展开式$T_{r+1}=\mathrm{C}_6^r\cdot(2\sqrt{x})^{6-r}\cdot(-x^{-1})^r=(-1)^r\cdot2^{6-r}\cdot\mathrm{C}_6^r\cdot x^{\frac{6-3r}{2}}$,当$r=4$,此时$T_5=60x^{-3}$,可得$(2\sqrt{x}-x^{-1})^6$展开式中$x^{-3}$项的系数为60. 故选C.

9.【答案】A
【解析】延长AN,CC_1交于点P,连接PM交B_1C_1于点Q,则$\frac{B_1Q}{C_1Q}=\frac{B_1M}{C_1P}=\frac{B_1M}{AA_1}=\frac{1}{2}$,故选A.

10.【答案】B
【解析】因为$\ln\frac{2a}{b}=\ln(2a)-\ln b>3^b-3^{2a}+\frac{1}{2}$,即$\ln(2a)+3^{2a}>\ln b+3^b+\frac{1}{2}$,所以$\ln(2a)+3^{2a}>\ln b+3^b$,令$f(x)=\ln x+3^x$,因为函数$y=\ln x$,$y=3^x$在$(0,+\infty)$上单调递增,所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,因为$f(2a)>f(b)$,所以$2a>b$. 故选B.

11.【答案】C

【解析】由图象可知函数的最低点的纵坐标为 -2，所以 $A=2$，函数的图象与 y 轴的交点的坐标为 $(0,1)$，所以 $f(0)=2\cos(\omega\times0+\varphi)=1$，则 $\varphi=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，又 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$. 与之相邻的与 x 轴的交点的坐标为 $(\frac{\pi}{6},0)$，所以 $f(\frac{\pi}{6})=2\cos(\omega\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3})=0$，则 $\omega\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $\omega=6k+1(k\in\mathbf{Z})$. 又 $|\omega|<4$，所以 $\omega=1$. 所以 $f(x)$ 的最小正周期为 2π. 故选 C.

12.【答案】B

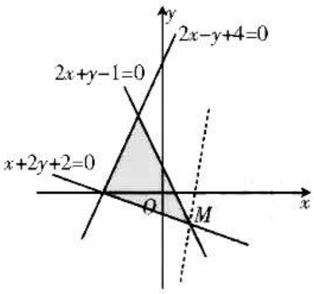
【解析】令 $m=n=0$，得 $f(0)=1$，令 $m=x,n=-x$，得 $f(x)+f(-x)=2$，$f(x)$ 的图象关于 $(0,1)$ 对称，又 $y=\frac{2^{x+1}}{2^x+1}=\frac{2^x-1}{2^x+1}+1$，其图象也关于 $(0,1)$ 对称，所以 $g(-x)+g(x)=4$，所以 $g(-2020)+g(-2019)+\cdots+g(-1)+g(0)+g(1)+\cdots+g(2019)+g(2020)=4\times2020+2=8082$，故选 B.

13.【答案】-2

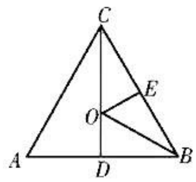
【解析】因为 $f(x)=\ln x-a\sqrt{x}$，所以 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{a}{2\sqrt{x}}$，所以 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线斜率 $k=f'(1)=1-\frac{a}{2}=2$，解得 $a=-2$.

14.【答案】7

【解析】作出不等式组 $\begin{cases}2x-y+4\geqslant0,\\2x+y-1\leqslant0,\\x+2y+2\geqslant0\end{cases}$ 表示的平面区域如下图阴影部分所示，解方程组 $\begin{cases}2x+y-1=0,\\x+2y+2=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\frac{4}{3},\\y=-\frac{5}{3}\end{cases}$ 即点 $M(\frac{4}{3},-\frac{5}{3})$，平移直线 $4x-y=0$，易知当直线 $z=4x-y$ 经过可行域内的点 M 时，$z=4x-y$ 取得最大值，且 $z_{\max}=4\times\frac{4}{3}-(-\frac{5}{3})=7$.



15.【答案】$\frac{4}{3}$



【解析】圆锥的轴截面是 $\triangle ABC$，设圆锥的底面半径 $r=BD$，母线为 l，则 $S_{侧}=\pi rl$，$S_{底}=\pi r^2$，所以 $\frac{\pi rl}{\pi r^2}=2$，得 $l=2r$，如图，可知 $\triangle ABC$ 是正三角形，O 是内切球球心，$R=OD$ 是内切球半径，所以 $R=\frac{\sqrt{3}}{3}r$，所以内切球表面积 $S_{球}=4\pi R^2=$

$\frac{4\pi}{3}r^2$，所以 $S_{球}=\frac{4}{3}S_{底}$，所以内切球表面积是圆锥底面积的$\frac{4}{3}$倍.

16.【答案】$2\sqrt{6}$

【解析】由题可知 $e=2$，设点 $P(x_0,y_0)$ 到双曲线 C 的两条渐近线的距离分别为 d_1,d_2，则 $x_0^2-\frac{y_0^2}{3}=1$，双曲线 C 的两条渐近线方程分别为 $\sqrt{3}x\pm y=0$，$d_1d_2=\frac{|\sqrt{3}x_0+y_0|}{2}\cdot\frac{|\sqrt{3}x_0-y_0|}{2}=\frac{3x_0^2-y_0^2}{4}=\frac{3}{4}$，所以 $|PA|+e|PB|=2d_1+4d_2\geqslant 2\sqrt{8d_1d_2}=2\sqrt{6}$.

17. 解：(1) 由正弦定理，$\frac{\sin B\sin C+\sin C\sin B}{\sin B\sin C}=4\sin A$，(2 分)

故 $\sin A=\frac{1}{2}$，(4 分)

而$\frac{a}{\sin A}=4=2R$，故$\triangle ABC$ 外接圆的面积 $S=\pi R^2=4\pi$. (6 分)

(2) 因为 $b^2+c^2-a^2+6=0$，故 $b^2+c^2-a^2=-6$，则 $\cos A<0$. (8 分)

因为 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，所以 $-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{-6}{2bc}$，得 $bc=2\sqrt{3}$，(10 分)

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. (12 分)

18. 解：(1) 这 30 名男教师学习积分的中位数为$\frac{36+36}{2}=36$. (2 分)

(2) 2×2 列联表如下：

	男教师	女教师	合计
活跃	20	16	36
不活跃	10	14	24
合计	30	30	60

(5 分)

由表中的数据可得 $K^2=\frac{60\times(20\times14-10\times16)^2}{30\times30\times36\times24}\approx1.111$，

由于 $1.111<2.706$，所以没有 90% 的把握认为“是否是学习活跃教师与性别有关”. (8 分)

(3) 全县教师学习活跃的概率为$\frac{20+16}{60}=\frac{3}{5}$，

从全县教师中随机抽取 100 人，$X\sim B(100,\frac{3}{5})$，$E(X)=100\times\frac{3}{5}=60$. (12 分)

19. (1) 证明：$\because PO\perp$平面 $ABCD$，$AC\subset$平面 $ABCD$，

$\therefore PO\perp AC$，(1 分)

又 $AC\perp BD$，(2 分)

$PO\cap BD=O$，$PO\subset$平面 POD，$BD\subset$平面 POD，

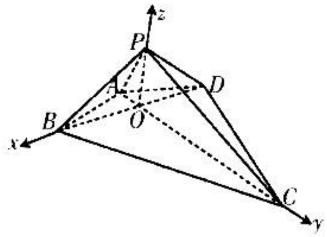
$\therefore AC\perp$平面 POD，(3 分)

又 $PD\subset$平面 POD，

$\therefore PD\perp AC$. (4 分)

(2) 解：法一：如图，以 O 为坐标原点，分别以$\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OP}$为 x,y,z 轴正方向，建立空间直角坐标系 $O-xyz$，

则 $B(4,0,0)$，$C(0,8,0)$，$D(-4,0,0)$，$P(0,0,2)$，



$\therefore \overrightarrow{PB}=(4,0,-2),\overrightarrow{PC}=(0,8,-2),\overrightarrow{PD}=(-4,0,-2)$,(7 分)

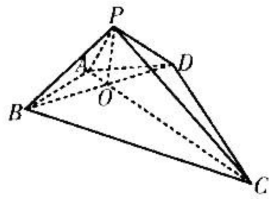
设 $\boldsymbol{m}=(a,b,c)$ 为平面 PBC 的法向量,

则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PB}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PC}=0\end{cases}$,即 $\begin{cases}4a-2c=0\\ 8b-2c=0\end{cases}$,

令 $c=4$,则 $\boldsymbol{m}=(2,1,4)$,(10 分)

设直线 PD 与平面 PBC 所成角为 θ,

则 $\sin\theta=\left|\dfrac{\overrightarrow{PD}\cdot\boldsymbol{m}}{|\overrightarrow{PD}||\boldsymbol{m}|}\right|=\dfrac{|-4\times2+0\times1-2\times4|}{\sqrt{16+4}\times\sqrt{4+1+16}}=\dfrac{8\sqrt{105}}{105}$. (12 分)



法二:在 $\mathrm{Rt}\triangle POB$ 中,由 $PB^2=PO^2+OB^2$ 得 $PB=2\sqrt{5}$,

在 $\mathrm{Rt}\triangle POC$ 中,由 $PC^2=PO^2+OC^2$ 得 $PC=2\sqrt{17}$,

在 $\mathrm{Rt}\triangle POD$ 中,由 $PD^2=PO^2+OD^2$ 得 $PD=2\sqrt{5}$,

在 $\mathrm{Rt}\triangle BOC$ 中,由 $BC^2=BO^2+OC^2$ 得 $BC=4\sqrt{5}$,(6 分)

在 $\triangle PBC$ 中,由 $\cos\angle PBC=\dfrac{PB^2+BC^2-PC^2}{2PB\cdot BC}$

$=\dfrac{(2\sqrt{5})^2+(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{17})^2}{2\times2\sqrt{5}\times4\sqrt{5}}=\dfrac{2}{5}$,(7 分)

得 $\sin\angle PBC=\sqrt{1-\cos^2\angle PBC}=\dfrac{\sqrt{21}}{5}$,(8 分)

$S_{\triangle PBC}=\dfrac{1}{2}\cdot PB\cdot BC\cdot\sin\angle PBC=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4\sqrt{5}\times\dfrac{\sqrt{21}}{5}=4\sqrt{21}$,(9 分)

设点 D 到平面 PBC 的距离为 h,

由 $V_{三棱锥P-BCD}=V_{三棱锥D-PBC}$,(10 分)

得 $\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot BD\cdot OC\cdot OP=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\triangle PBC}\cdot h$,

即 $h=\dfrac{BD\cdot OC\cdot OP}{2S_{\triangle PBC}}=\dfrac{8\times8\times2}{2\times4\sqrt{21}}=\dfrac{16\sqrt{21}}{21}$,(11 分)

设直线 PD 与平面 PBC 所成的角为 θ,

则 $\sin\theta=\dfrac{h}{PD}=\dfrac{\frac{16\sqrt{21}}{21}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{8\sqrt{105}}{105}$. (12 分)

20. (1)解:由题意可知抛物线 E 的准线方程为 $x=-\dfrac{1}{2}$,

所以 $-\dfrac{p}{2}=-\dfrac{1}{2}$,即 $p=1$,故抛物线 E 的标准方程为 $y^2=2x$. (4 分)

(2)证明:设 $Q(-1,y_0),A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,

因为直线 l 的斜率显然不为0,故可设直线 l 的方程为 $x=ty+1$,(5 分)

联立 $\begin{cases}x=ty+1\\ y^2=2x\end{cases}$,消去 x 得 $y^2-2ty-2=0$.

所以 $y_1+y_2=2t,y_1y_2=-2,k_{PQ}=-\dfrac{y_0}{2}$. (7 分)

又 $k_{AQ}+k_{BQ}=\dfrac{y_1-y_0}{x_1+1}+\dfrac{y_2-y_0}{x_2+1}$

$=\dfrac{(y_1-y_0)(x_2+1)+(y_2-y_0)(x_1+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$

$=\dfrac{(y_1-y_0)(ty_2+2)+(y_2-y_0)(ty_1+2)}{(ty_1+2)(ty_2+2)}$

$=\dfrac{2ty_1y_2+(2-ty_0)(y_1+y_2)-4y_0}{t^2y_1y_2+2t(y_1+y_2)+4}$

$=\dfrac{2t\cdot(-2)+(2-ty_0)\cdot 2t-4y_0}{t^2\cdot(-2)+2t\cdot 2t+4}$

$=\dfrac{-y_0(t^2+2)}{t^2+2}=-y_0$,(11 分)

所以$\dfrac{k_{AQ}+k_{BQ}}{k_{PQ}}=\dfrac{-y_0}{-\dfrac{y_0}{2}}=2$(定值).(12 分)

21. 解:(1)当 $a=1$ 时,$g(x)=x^2-e^x$,则 $g'(x)=2x-e^x$,$g''(x)=2-e^x$,(1 分)

令 $g''(x)<0$,得 $x>\ln 2$;令 $g''(x)>0$,得 $x<\ln 2$,

故 $g'(x)$在$(-\infty,\ln 2)$上单调递增,在$(\ln 2,+\infty)$上单调递减,(2 分)

故 $g'(x)_{\max}=g'(\ln 2)=2\ln 2-e^{\ln 2}=2\ln 2-2<0$,(3 分)

故 $g'(x)<0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,

故函数 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.(4 分)

(2)$f(x)\geqslant g(x)$即为 $x(\ln x+1)\geqslant x^2-ae^x$,

即为 $x\ln x+x\geqslant x^2-ae^x$,得 $x\ln x-x^2+ae^x\geqslant -x$,

同时除以 x 得 $\ln x-x+\dfrac{ae^x}{x}\geqslant -1$,(5 分)

令 $h(x)=\ln x-x+\dfrac{ae^x}{x}$,则原不等式即为证明 $h(x)\geqslant -1$.

$h'(x)=\dfrac{a(x-1)e^x}{x^2}-1+\dfrac{1}{x}=\dfrac{(x-1)e^x}{x^2}\left(a-\dfrac{x}{e^x}\right)$,$x\in[1,+\infty)$,(6 分)

令 $k(x)=\dfrac{x}{e^x}$,$x\in[1,+\infty)$,则 $k'(x)=\dfrac{1-x}{e^x}$,

故在$[1,+\infty)$上,$k'(x)\leqslant 0$,$k(x)$单调递减,易得 $k(x)\in\left(0,\dfrac{1}{e}\right]$.(7 分)

当 $a\geqslant\dfrac{1}{e}$时,$h'(x)\geqslant 0$,函数 $h(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增,

$h(x)_{\min}=h(1)=ae-1\geqslant -1$,即 $ae\geqslant 0$,解得 $a\geqslant 0$,故 $a\geqslant\dfrac{1}{e}$;(8 分)

当 $a\leqslant 0$ 时,$h'(x)\leqslant 0$,函数 $h(x)$在$[1,+\infty)$上单调递减,$h(1)\leqslant -1$,不符合题意;(9 分)

当$0<a<\dfrac{1}{e}$时,则存在 $x_0\in(1,+\infty)$,使得 $ae^{x_0}=x_0$,

则函数 $h(x)$在$(0,x_0)$上单调递减,在$(x_0,+\infty)$上单调递增.

所以 $h(x)_{\min}=h(x_0)=\dfrac{ae^{x_0}}{x_0}-x_0+\ln x_0=1-x_0+\ln ae^{x_0}=1+\ln a\geqslant -1$,

解得 $a\geqslant e^{-2}$,即$\dfrac{1}{e}>a\geqslant\dfrac{1}{e^2}$.(11 分)

综上,$a\geqslant\dfrac{1}{e^2}$,即 a 的取值范围是$\left[\dfrac{1}{e^2},+\infty\right)$.(12 分)

22. 解:(1)由$\begin{cases}x=3t\\y=\sqrt{3}t\end{cases}$($t$为参数)消去$t$得,$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$,

$\therefore$直线l的斜率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$,$\therefore l$的倾斜角为$\frac{\pi}{6}$,

$\therefore l$的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\in\mathbf{R})$.(5分)

(2)设$A(\rho_1,\theta)$,$B(\rho_2,\theta)$,将$\theta=\frac{\pi}{6}$代入$\rho^2-4\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{6})-2=0$整理得

$\rho^2-2\sqrt{3}\rho-2=0$,

$\therefore\rho_1+\rho_2=2\sqrt{3}$,$\rho_1\rho_2=-2$,

$\therefore|AB|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{(\rho_1+\rho_2)^2-4\rho_1\rho_2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-4\times(-2)}=2\sqrt{5}$.(10分)

23. 解:(1)不等式$f(x)>9$可化为$|4x-1|+4|x+1|>9$,(1分)

所以$\begin{cases}x\geqslant\frac{1}{4},\\4x-1+4(x+1)>9\end{cases}$或$\begin{cases}-1<x<\frac{1}{4},\\-(4x-1)+4(x+1)>9\end{cases}$或$\begin{cases}x\leqslant-1,\\-(4x-1)-4(x+1)>9,\end{cases}$(3分)

解得$x>\frac{3}{4}$或$x\in\varnothing$或$x<-\frac{3}{2}$,

所以不等式$f(x)>9$的解集为$(-\infty,-\frac{3}{2})\cup(\frac{3}{4},+\infty)$.(5分)

(2)因为$f(x)=|4x-1|+4|x+1|=|4x-1|+|4x+4|\geqslant|4x-1-4x-4|=5$(当且仅当$-1\leqslant x\leqslant\frac{1}{4}$时等号成立),(6分)

所以$5>2m+3^m$,(7分)

令$g(m)=2m+3^m$,

则$g(m)$为$\mathbf{R}$上的增函数,且$g(1)=5$,(9分)

所以$m<1$,

故实数m的取值范围为$(-\infty,1)$.(10分)


微信搜一搜
自主选拔在线