

陕西师大附中 2022-2023 学年度高三年级第十次模考

数学试题（文科）

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 答案均写在答题纸上, 满分 150 分, 时间 120 分钟.
2. 答卷前将答题卡上的姓名、班级、考场填写清楚, 并检查条形码是否完整、信息是否准确.
3. 答卷必须使用 0.5mm 的黑色签字笔书写, 字迹工整、笔迹清晰. 并且必须在题号所指示的答题区内作答, 超出答题区域的书写无效.

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 设集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -1\}$, $B = \{x \mid x^2 < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

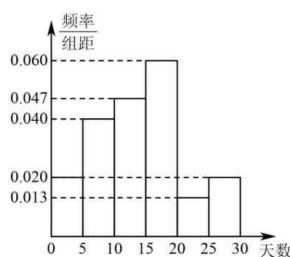
- A. $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x \mid -1 \leq x < \sqrt{2}\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{0, 1\}$

2. 已知复数 z 满足: $z(1-i)^2 = 3+4i$ (其中 i 为虚数单位), 则复数 z 在复平面上对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 某滑冰馆统计了某小区居民在该滑冰馆一个月的锻炼频率分布直方图 (将频率视为概率), 则下列说法正确的

- A. 该小区居民在该滑冰馆的锻炼天数在区间 $(25, 30]$ 内
B. 估计小区居民在该滑冰馆的锻炼天数的平均值为 15
C. 估计该小区居民在该滑冰馆的锻炼天数的中位数为 16
D. 估计该小区居民在该滑冰馆的锻炼天数超过 15 天的



天数, 得到如图所示的是 ()

的最少

概率为 0.465

4. 已知 $\mathbf{a} = (1, \sqrt{3})$, $\mathbf{b} = (2, 0)$, 则 $|\mathbf{a} - 3\mathbf{b}| =$ ()

- A. $2\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{6}$ C. 24 D. 28

5. “ $m = -2$ ”是“直线 $(m+1)x + y + 1 = 0$ 与直线 $2x + (m+4)y + 2 = 0$ 互相垂直”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 羽毛球运动是一项全民喜爱的体育运动, 标准的羽毛球由 16 根羽毛在球托之外的长为 6cm, 球托之外由羽毛围成的部分可看成一个圆台的直径是 6cm, 底部所围成圆的直径是 2cm, 据此可估算得球托之外羽



固定在球托上, 测得每根羽毛的侧面, 测得顶端所围成圆毛所在曲面的展开图的圆

- 心角为 ()
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. π

7. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{e^x + 1} + a$ 为奇函数, 则不等式 $f(x) > -\frac{1}{4}$ 的解集为 ()

- A. $(0, \ln 2)$ B. $(-\infty, \ln 2)$ C. $(0, \ln 3)$ D. $(-\infty, \ln 3)$

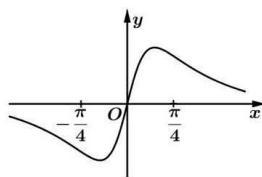
8. 已知数列 $\left\{ \frac{2}{a_n + 1} \right\}$ 为等差数列, 且 $a_1 = 1, a_4 = -\frac{1}{2}$, 则 $a_{2023} =$ ()

- A. $\frac{2021}{2023}$ B. $-\frac{2021}{2023}$ C. $\frac{2019}{2021}$ D. $-\frac{2019}{2021}$

9. 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{1}{4}, g(x) = \sin x$, 则图象为如图的函数可能是 ()

A. $y = f(x) + g(x) - \frac{1}{4}$ B. $y = f(x) - g(x) - \frac{1}{4}$

C. $y = f(x)g(x)$ D. $y = \frac{g(x)}{f(x)}$



10. 将函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x - 1$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图像, 则下列正确的是 ()

A. 直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 是 $g(x)$ 图像的一条对称轴 B. $g(x)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$

C. $g(x)$ 的图像关于点 $(\frac{11\pi}{6}, -1)$ 对称 D. $g(x)$ 在 $[\pi, 2\pi]$ 上单调递增

11. 抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过 F 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线 l 与抛物线 C 交于 M, N 两, 点 P 为抛物线 C 上的动点, 且点 P 在 l 的左侧, 则 $\triangle PMN$ 的面积的最大值为 ()

A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

12. 表面积为 15π 的球内有一内接四面体 $PABC$, 其中平面 $ABC \perp$ 平面 PAB , $\triangle ABC$ 是边长为 3 的正三角形, 则四面体 $PABC$ 体积的最大值为 ()

A. $\frac{27}{5}$ B. $\frac{32}{15}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{27}{8}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

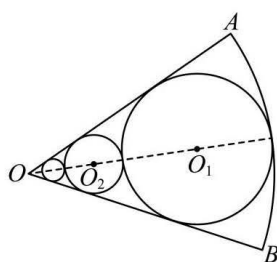
二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卷中相应的横线上.)

13. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x^2), & -1 < x < 1, \\ \sin \frac{\pi x}{3}, & x \geq 1 \end{cases}$ 则 $f(\frac{31}{2}) + f(\frac{\sqrt{3}}{2}) =$ _____.

14. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2 \leq 0, \\ 2x+y-7 \geq 0, \\ x-y-2 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=3x+4y$ 的最大值是_____.

15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的右焦点为 F, O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆与双曲线 C 的一条渐近线交于点 O 及点 $A(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 则双曲线 C 的方程为_____.

16. 如图, 已知在扇形 OAB 中, 半径 $OA=OB=3, \angle AOB = \frac{\pi}{3}$, OAB (圆 O_1 和 OA, OB , 弧 AB 均相切), 作圆 O_2 与圆 O_1, OA, OB 相切, 以此类推. 设圆 O_1, O_2, \dots 的面积依次为 S_1, S_2, \dots , 那么 $S_1 + S_2 + \dots + S_n =$ _____.



圆 O_1 内切于扇形 OAB (圆 O_1 和 OA, OB , 弧 AB 均相切), 再作圆 O_2 与圆 O_1, OA, OB 相切, 以此类推. 设圆 O_1, O_2, \dots 的面积依次为 S_1, S_2, \dots ,

证明过程或演算步骤

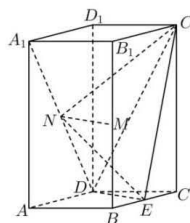
三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 步骤.

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A = \sin C \cos B - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin B \sin C$.

- (1) 求角 C 的大小;
- (2) 若 C 的角平分线交 AB 于点 D , 且 $CD=2$, 求 $a+2b$ 的最小值.

18. (本小题满分 12 分) 如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, $AA_1=8, AB=4, \angle BAD=60^\circ$, E, M, N 分别是 BC, BB_1, A_1D 的中点.



是菱形, $AA_1=8, AB=4,$

- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE ;
- (2) 求三棱锥 $N-C_1DE$ 的体积.

19. (本小题满分 12 分) 为了让税收政策更好的为社会发展服务, 国家在修订《中华人民共和国个人所得税法》之后, 发布了《个人所得税专项附加扣除暂行办法》, 明确“专项附加扣除”就是子女教育、继续教育、大病医疗、住房贷款利息、住房租金赡养老人等费用, 并公布了相应的定额扣除标准, 此项决定自 2019 年 1 月 1 日起施行至今已三年时间. 某机关为了调查内部职员对新个税方案的满意程度与年龄的关系, 通过问卷调查, 整理数据得如下 2×2 列联表:

	40 岁及以下	40 岁以上	合计
--	---------	--------	----

基本满意	25	10	35
很满意	15	30	45
合计	40	40	80

(1)根据列联表, 能否有99%的把握认为满意程度与年龄有关?

(2)为了帮助年龄在40岁以下的未购房的4名员工解决实际困难, 该企业拟员工贡献积分 x (单位: 分)给予相应的住

房补贴 y (单位: 元), 现有两种补贴方案. 方案甲: $y = 1000 + 700x$; 方案乙: $y = \begin{cases} 3000, 0 < x \leq 5 \\ 5600, 5 < x \leq 10 \\ 9000, x > 10 \end{cases}$. 已知这4

名员工的贡献积分为2分、3分、6分、7分, 将采用方案甲比采用方案乙获得更多补贴的员工记为“ A 类员工”. 为了解员工对补贴方案的认可度, 现从这4名员工中随机抽取2名进行面谈, 求至少抽到1名“ A 类员工”的概率.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1(a > 0)$ 经过点 $(-1, \frac{3}{2})$, 过点 $T(\sqrt{3}, 0)$ 的直线交该椭圆于 P, Q 两点.

(1)求 $\triangle OPQ$ 面积的最大值, 并求此时直线 PQ 的方程;

(2)若直线 PQ 与 x 轴不垂直, 在 x 轴上是否存在点 $S(s, 0)$ 使得 $\angle PST = \angle QST$ 恒成立? 若存在, 求出 s 的值;

若不存在, 说明理由.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = e^x - x, g(x) = ax^2 + 1, a \in \mathbf{R}$.

(1)求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最值.

(2)当 $x > 0$ 时, 恒有 $f(x) > g(x)$, 求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。并请考生务必将答题卡中对所选试题的题号进行涂写。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4：坐标系与参数方程选讲.

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 过点 $P(0,2)$ ，倾斜角为 $\alpha (\alpha \neq \frac{\pi}{2})$. 以原点 O 为极点， x 轴非负半轴为极轴建立

极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为： $\rho \cos^2 \theta - 2 \sin \theta = 0$.

(1) 求直线 l 的参数方程与曲线 C 的直角坐标方程；

(2) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点， M 为 AB 中点，且满足 $|PA|, |PM|, |PB|$ 成等比数列，求直线 l 的斜率.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5：不等式选讲.

已知函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - |x + 2|$.

(1) 若不等式 $f(x) \geq |m - 1|$ 有解，求实数 m 的最大值 M ；

(2) 在 (1) 的条件下，若正实数 a, b 满足 $3a^2 + b^2 = M$ ，证明： $3a + b \leq 4$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主选拔在线官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线