

2023 届高三一轮复习联考(二) 全国卷

文科数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】 $z = -\sqrt{2} + i$ ,  $\bar{z} = -\sqrt{2} - i$ , 故  $z + \bar{z} = -2\sqrt{2}$ ,  $z \cdot \bar{z} = (-\sqrt{2} + i)(-\sqrt{2} - i) = 3$ ,  $\therefore \frac{z + \bar{z}}{z \cdot \bar{z} + 1} = \frac{-2\sqrt{2}}{3 + 1} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ . 故选 B.

2.B 【解析】 $A = \{x \mid x \leq 2\}$ , 所以  $A \cap B = \{0, 1, 2\}$ , 所以  $(A \cap B) \cup C = (-1, 1] \cup \{2\}$ . 故选 B.

3.A 【解析】设数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的公差分别为  $d_1, d_2$ , 由  $a_3 = b_2, a_6 = b_1$ , 两式作差得  $a_6 - a_3 = b_1 - b_2$ , 即  $3d_1 = 2d_2$ ,

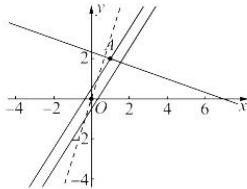
所以  $\frac{a_4 - a_1}{b_2 - b_1} = \frac{3d_1}{d_2} = 2$ . 故选 A.

4.B 【解析】 $f(x) = \frac{2^x(x^2 - |x| + 2)}{4^x - 1} = \frac{x^2 - |x| + 2}{2^x - 2^{-x}}$ ,  $f(-x) = \frac{x^2 - |x| + 2}{2^{-x} - 2^x} = -f(x)$ , 所以  $f(x)$  为奇函数, 故排除 A; 当  $x > 0$  时,

$f(x) = \frac{2^x(x^2 - x + 2)}{4^x - 1}, x^2 - x - 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4} > 0, 4^x > 1$ , 所以  $f(x) > 0$  恒成立, 从而排除 C, D. 故选 B.

5.C 【解析】作出不等式组表示的可行域, 如图中的阴影部分, 作出直线  $y = 3x$ , 平移该直线, 当直线过点 A 时, z 最大, 由

$$\begin{cases} x+3y=7, \\ 3x-2y=-1, \end{cases} \text{得} \begin{cases} x=1, \\ y=2, \end{cases} \text{即 } A(1, 2), \text{ 所以 } z \text{ 的最大值为 } 2 - 3 \times 1 = -1. \text{ 故选 C.}$$



6.D 【解析】由题意,  $\begin{cases} S_3 = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = \frac{7}{8}, \\ a_3 = a_1 q^2 = \frac{1}{2}, \end{cases}$  两式相除得  $\frac{1}{q^2} + \frac{1}{q} + 1 = \frac{7}{4}$ , 化简得  $3q^2 - 4q - 4 = 0$ , 解得  $q = 2$  或  $q = -\frac{2}{3}$  (舍),

$\therefore a_5 = a_3 q^2 = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$ . 故选 D.

7.C 【解析】由题意知,  $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BA} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BF}$ ,  $\therefore \overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{BE} = \frac{2}{3} \lambda \overrightarrow{BC} + \frac{2}{3} \lambda \overrightarrow{BF}$ ,  $\because C, P, F$  三点共线,

$\therefore \frac{2}{3} \lambda + \frac{2}{3} \lambda = 1$ , 解得  $\lambda = \frac{3}{4}$ . 故选 C.

8.C 【解析】当  $n = 2k (k \in \mathbb{N}^*)$  时,  $a_n = e^{2k\pi i} = \cos 2k\pi + i \sin 2k\pi = 1$ , 当  $n = 2k-1 (k \in \mathbb{N}^*)$  时,  $a_n = e^{(2k-1)\pi i} = \cos((2k-1)\pi) + i \sin((2k-1)\pi) = -1$ , 所以  $\{a_n\}$  是首项为 -1, 公比为 1 的等比数列,  $a_n = (-1)^n$ , 故①正确;  $a_{2n} = e^{2n\pi i} = (e^{2\pi i})^n = a_n^2$ , 故②正确;

$$S_{21} = \frac{-1 \times (1 - (-1)^{21})}{1 - (-1)} = -1, \text{ 故③错误; } a_{n+2} = (-1)^{n+2} = (-1)^n = a_n, \text{ 故④正确. 故选 C.}$$

9.A 【解析】 $2 \overrightarrow{OA} + 3 \overrightarrow{OB} + 4 \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$ ,  $\therefore 4 \overrightarrow{OC} = -2 \overrightarrow{OA} - 3 \overrightarrow{OB}$ , 两边平方得  $16 |\overrightarrow{OC}|^2 = 4 |\overrightarrow{OA}|^2 + 9 |\overrightarrow{OB}|^2 + 12 |\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OB}| \cos \angle AOB$ ,

因为  $\triangle ABC$  的外接圆的半径为 1,  $\therefore 16 = 4 + 9 + 12 \cos \angle AOB$ , 解得  $\cos \angle AOB = \frac{1}{4}$ , 因为  $\angle AOB \in (0, \pi]$ , 所以

$\sin \angle AOB = \frac{\sqrt{15}}{4}$ . 故选 A.

10.D 【解析】设切点为  $M(x_0, x_0^3 - 2x_0)$ ,  $f'(x) = 3x^2 - 2$ , 所以  $f(x)$  在点 M 处的切线方程为  $y = (3x_0^2 - 2)(x - x_0) + x_0^3 - 2x_0$ , 化简得  $y = (3x_0^2 - 2)x - 2x_0^3$ , 将点 A(2, a) 代入该式得  $a = 2x_0^3 + 6x_0^2 - 4$ , 设  $g(x) = -2x^3 - 6x^2 + 4$ , 则  $g'(x) = -6x^2 - 12x - 6x(x-2)$ , 当  $x < 0$  时,  $g'(x) < 0$ ,  $g(x)$  单调递减; 当  $0 < x < 2$  时,  $g'(x) > 0$ ,  $g(x)$  单调递增; 当  $x > 2$  时,  $g'(x) < 0$ ,  $g(x)$  单调递减,  $g(0) = -4, g(2) = 4$ , 所以当  $a \in (-4, 4)$  时,  $y = a$  与  $y = g(x)$  有 3 个交点, 即  $a = -2x^3 + 6x^2 - 4$  有三个根, 综上, 当  $a \in (-4, 4)$  时, 过点 A(2, a) 能作三条直线与  $f(x)$  的图象相切, 故选 D.



11.D 【解析】令  $t = \frac{2023}{2022} > 1$ , 则  $a = \ln t, b = t - 1$ , 设  $f(t) = t - 1 - \ln t$ , 则  $f'(t) = 1 - \frac{1}{t} = \frac{t-1}{t}$ , 当  $t > 1$  时,  $f'(t) > 0$ , 所以  $f(t)$  在

$(1, +\infty)$  单调递增, 故  $f(t) > f(1) = 0$ , 即  $b > a$ ; 令  $m = -\frac{2021}{2022}$ , 则  $b = m + 1, c = e^m$ , 设  $g(m) = e^m - m - 1$ ,  $g'(m) = e^m - 1$ , 当

$m < 0$  时,  $g'(m) < 0$ ,  $g(m)$  单调递减, 所以  $g(m) > g(0) = 0$ , 所以  $e^m > m + 1$ , 即  $c > b$ , 综上,  $a < b < c$ . 故选 D.

12.C 【解析】 $y = f(x+1)$  的最小正周期为 2, 则  $f[(x+2)+1] = f(x+1)$ , 即  $f(x+3) = f(x+1)$ , 所以  $y = f(x)$  的最小正周期为 2, 故 B 错误;  $y = f(x)$  是定义域为  $\mathbb{R}$  且周期为 2 的奇函数, 所以  $f(x+1) = -f(-x-1) = -f(-x+1)$ , 故 A 错误;  $y = f(x)$  是定义域为  $\mathbb{R}$  的奇函数, 所以  $f(0) = 0, f(1) = -f(-1)$ , 又因为 2 是  $f(x)$  的一个周期, 所以  $f(1) = f(-1)$ , 从而  $f(1) = f(-1) = 0$ , 故 C 正确; 同理  $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ , 故 D 错误. 故选 C.

13. $\sqrt{5}$  【解析】 $a$  与  $a+b$  垂直,  $\therefore (a+b) \cdot a = |a|^2 + a \cdot b = 0$ , 即  $a \cdot b = -|a|^2$ ,  $\therefore |a+2b| = 1$ ,

$$\therefore |a+2b|^2 = |a|^2 + 4|b|^2 + 4a \cdot b = 1, \therefore |a|^2 + 4|b|^2 - 4|a|^2 = 1, \therefore |b| = 2, \therefore |a| = \sqrt{5}.$$

14.  $\frac{\pi}{6}$  (答案不唯一) 【解析】 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象向右平移  $\varphi$  ( $\varphi > 0$ ) 个单位长度得到  $y = \cos\left(2(x-\varphi) + \frac{\pi}{3}\right) =$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3} - 2\varphi\right), \text{ 所以 } \frac{\pi}{3} - 2\varphi = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}, \text{ 解得 } \varphi = \frac{\pi}{6} - k\pi, k \in \mathbb{Z}, \text{ 所以 } \varphi \text{ 的值可以是 } \frac{\pi}{6} \text{ (答案不唯一).}$$

15.  $2\sqrt{2}+2$  【解析】由点  $P(m, n)$  是函数  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  图象上的点, 所以  $n = \frac{1}{m-1}$  ( $m > 1, n > 0$ ) 即  $(m-1)n = 1$ ,  $\therefore 2m+n = 2(m-1)+$

$$n+2 \geqslant 2\sqrt{2(m-1)n}+2=2\sqrt{2}+2, \text{ 当且仅当 } 2(m-1)=n, \text{ 即 } m=\frac{\sqrt{2}}{2}+1, n=\sqrt{2} \text{ 时等号成立, 故 } 2m+n \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{2}+2.$$

16.  $\frac{3}{2}$  【解析】 $\frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\tan C} = \frac{3}{bc \cdot \sin A}$ , 化简得  $\frac{\cos B}{\sin B} + \frac{\cos C}{\sin C} = \frac{3}{bc \cdot \sin A}$ ,

$$\text{由正弦定理、余弦定理, 得 } \frac{\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}{b} + \frac{\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}}{c} = \frac{3}{abc}, \text{ 化简得 } a=\sqrt{3}, \sin(C-B)=\frac{1}{2}\sin A=\frac{1}{2}\sin(C+B),$$

$$\text{整理得 } \sin C \cos B = 3 \sin B \cos C, \text{ 则 } c \cdot \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = 3b \cdot \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}, 2(c^2-b^2)=a^2=3, \text{ 所以 } c^2-b^2=\frac{3}{2}.$$

17.【解析】(1) 由题意知,  $\{a_n\}$  是公比的绝对值大于 1 的等比数列, 所以  $-32, -2, 3, 8$  中能满足的仅有  $-2, 8, -32$ ,

$$\text{此时公比 } q = \frac{32}{-8} = \frac{-8}{2} = -4, \text{ 所以数列 } \{a_n\} \text{ 是首项为 } -2, \text{ 公比为 } -4 \text{ 的等比数列, 即 } a_n = -2 \times (-4)^{n-1},$$

$$(2)(2n+1)a_n = -2(2n+1)(-4)^{n-1}, \text{ 则 } S_n = -2 \times 3 - 2 \times 5 \times (-4) - 2 \times 7 \times (-4)^2 - \cdots + (-2)(2n+1)(-4)^{n-1} \text{ ①,}$$

$$-4S_n = -2 \times 3 \times (-4) - 2 \times 5 \times (-4)^2 - 2 \times 7 \times (-4)^3 - \cdots + (-2)(2n+1)(-4)^n \text{ ②,}$$

①-②得,

$$5S_n = -6 - 2 \times 2[(-4) + (-4)^2 + (-4)^3 + \cdots + (-4)^{n-1}] + 2(2n+1)(-4)^n$$

$$= -6 - 4 \times \frac{[-1 - (-4)^{n-1}]}{1 - (-4)} + 2(2n+1)(-4)^n$$

$$= -6 + \frac{16}{5} - \frac{16}{5}(-4)^{n-1} + (4n+2)(-4)^n$$

$$= -\frac{14}{5} + \left(4n + \frac{14}{5}\right)(-4)^n,$$

$$\text{所以 } S_n = -\frac{14}{25} + \left(\frac{20n+14}{25}\right)(-4)^n.$$

18.【解析】(1) 当  $a$  与  $c$  共线时,  $\frac{\sqrt{2}}{-3} = \frac{2\cos\theta}{4}$ , 解得  $\cos\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ , 若  $a$  与  $c$  的夹角为钝角, 则  $a \cdot c = -3\sqrt{2} + 4 \times 2\cos\theta < 0$ ,

$$\text{解得 } \cos\theta < \frac{3\sqrt{2}}{8}, \because \theta \in (0, \pi), \therefore \cos\theta \in (-1, 1), \text{ 综上可知, } \cos\theta \in \left(-1, -\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cup \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{3\sqrt{2}}{8}\right).$$



$$(2) f(\theta) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - 1 = \sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{6}}{2} \cos^2 \theta - \frac{\sqrt{6}}{2} \sin^2 \theta \right) + 2 \cos \theta \cdot \sin \theta - 1 = \sqrt{3} \cos 2\theta + \sin 2\theta - 1 = 2 \sin \left( 2\theta + \frac{\pi}{3} \right) - 1,$$

$$f(\theta) = 0, \text{ 即 } \sin \left( 2\theta + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}, \because \theta \in [0, m], \text{ 则 } 2\theta + \frac{\pi}{3} \in \left[ \frac{\pi}{3}, 2m + \frac{\pi}{3} \right], \text{ 函数 } y = f(\theta) \text{ 在 } \theta \in [0, m] \text{ 上有 10 个零点,}$$

$$\text{即 } \frac{\pi}{6} + 10\pi \leq 2m + \frac{\pi}{3} < \frac{5\pi}{6} + 10\pi, \text{ 解得 } \frac{59\pi}{12} \leq m < \frac{21\pi}{4}.$$

$$19.【解析】(1) c_1 = a_2 = a_1 + 1 = 2, c_2 = a_4 = a_3 + 1 = a_2 - 2 + 1 = 1, c_3 = a_6 = a_5 + 1 = a_4 - 2 + 1 = 0,$$

由题意知,  $b_{n+1} = a_{2n+1} = a_{2n} - 2 = a_{2n-1} + 1 - 2 = a_{2n-1} - 1 = b_n - 1$ , 所以数列  $\{b_n\}$  是首项为 1, 公差为 -1 的等差数列.

(2)  $c_{n+1} = a_{2n+2} = a_{2n+1} + 1 = a_{2n} - 2 + 1 = a_{2n} - 1 = c_n - 1$ , 所以数列  $\{c_n\}$  是首项为 2, 公差为 -1 的等差数列,

结合(1)可知,  $\{a_n\}$  的奇数项和偶数项都是以 -1 为公差的等差数列,

$$\text{所以 } S_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = (a_1 + a_3 + \dots + a_9) + (a_2 + a_4 + \dots + a_{10})$$

$$= (b_1 + b_2 + \dots + b_5) + (c_1 + c_2 + \dots + c_5)$$

$$= 1 + 0 + (-1) + (-2) + (-3) + 2 + 1 + 0 + (-1) + (-2) = -5.$$

$$20.【解析】(1) 在  $\triangle ACD$  中, 由正弦定理得  $\frac{AD}{\sin \angle ACD} = \frac{CD}{\sin \angle DAC} \quad ①$ ,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中, 由正弦定理得 } \frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin \angle BAC} \quad ②,$$

$$①② \text{ 两式相除得 } \frac{AD}{AB} = \frac{CD \cdot \sin \angle BAC}{BC \cdot \sin \angle DAC}, \text{ 因为 } \frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}, \text{ 所以 } \sin \angle DAC = \sin \angle BAC.$$

$$(2) \text{ 解法一: } AB = 2, AC = 1, BC = \sqrt{7}, \therefore \cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4 + 1 - 7}{2 \times 2 \times 1} = -\frac{1}{2},$$

$$\because 0 < \angle BAC < \pi, \therefore \angle BAC = \frac{2\pi}{3}, \therefore \angle DAC = \pi - \angle BAC = \frac{\pi}{3}, \text{ 由(1)得 } AD \cdot BC = AB \cdot CD, \therefore \sqrt{7}AD = 2CD,$$

$$\text{设 } AD = 2x, CD = \sqrt{7}x, \text{ 则在 } \triangle ACD \text{ 中, } \cos \angle DAC = \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2AD \cdot AC} = \frac{4x^2 + 1 - 7x^2}{2 \times 2x} = -\frac{1}{2}, \text{ 解得 } x = \frac{1}{3} \text{ 或 } x = -1 \text{ (舍去),}$$

$$\therefore AD = \frac{2}{3}, \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = \frac{\pi}{3}, \therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AD \cdot AB \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{解法二: } AB = 2, AC = 1, BC = \sqrt{7}, \therefore \cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4 + 1 - 7}{2 \times 2 \times 1} = -\frac{1}{2},$$

$$\because 0 < \angle BAC < \pi, \therefore \angle BAC = \frac{2\pi}{3}, \therefore \angle DAC = \pi - \angle BAC = \frac{\pi}{3}, \angle DAB = \frac{2\pi}{3} - \angle DAC = \frac{\pi}{3}, \text{ 即 } \angle DAB = \angle DAC = \frac{\pi}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC}, \therefore \frac{1}{2}AD \cdot 2 \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}AD \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \sin \frac{2\pi}{3}, \text{ 解得 } AD = \frac{2}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AD \cdot AB \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$21.【解析】(1)  $f(x) = e^x [x^2 - (a+2)x + a + 4]$ ,  $f'(x) = e^x (x^2 - ax + 2)$ ,  $f(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ , 且  $0 < x_1 < x_2$ , 所以满足$$

$$\begin{cases} \Delta = a^2 - 8 > 0, \\ x_1 + x_2 = a > 0, \text{ 解得 } a > 2\sqrt{2}. \\ x_1 x_2 = 2 > 0, \end{cases}$$

$$(2) f(x_1) \cdot f(x_2) = e^{x_1+x_2} [x_1^2 - (a+2)x_1 + a + 4][x_2^2 - (a+2)x_2 + a + 4] = e^{x_1+x_2} [(x_1 x_2)^2 + (a+2)^2 x_1 x_2 + (a+4)^2 - (a+2)$$

$$x_1 x_2 (x_1 + x_2) - (a+2)(a+4)(x_1 + x_2) + (a+4)(x_1^2 + x_2^2)],$$

由题意知  $x_1 + x_2 = a$ ,  $x_1 x_2 = 2$ ,

$$\therefore f(x_1) \cdot f(x_2) = e^a [4 + 2(a+2)^2 + (a+4)^2 - 2a(a+2) - a(a+2)(a+4) + (a+4)(a^2 - 4)] = e^a (-a^2 + 12),$$

令  $g(a) = e^a (-a^2 + 12)$ , 则  $g'(a) = e^a (-a^2 - 2a + 12) = -e^a (a^2 + 2a - 12)$ , 因为  $a \geq 4$ , 所以  $g'(a) < 0$ , 从而  $g(a)$  在  $[4, +\infty)$  上单调递减, 所以  $g(a)_{\max} = g(4) = -4e^4$ , 故  $f(x_1) \cdot f(x_2)$  的最大值为  $-4e^4$ .

22.【解析】(1)因为  $x=\sqrt{t}$ ,  $y=t-1$ , 所以  $y=x^2-1$ , 即  $C_1$  的普通方程为  $y=x^2-1(x\geq 0)$ ,

曲线  $C_2$  的参数方程为  $\begin{cases} x=5+\cos \theta, \\ y=-2+\sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 所以  $C_2$  的普通方程为  $(x-5)^2+(y+2)^2=1$ ,

化简得  $x^2+y^2-10x+4y+28=0$ , 所以曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2-10\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta+28=0$ .

(2)点  $A$  在曲线  $C_1$  上, 所以设  $A(x, x^2-1)$ ,

由(1)知, 曲线  $C_2$  的普通方程为  $(x-5)^2+(y+2)^2=1$ , 所以曲线  $C_2$  是以  $(5, -2)$  为圆心, 1 为半径的圆,

$|AC_2|^2=(x-5)^2+(x^2-1+2)^2=x^4+3x^2-10x+26$ , 令  $f(x)=x^4+3x^2-10x+26$ , ( $x\geq 0$ ), 则  $f'(x)=4x^3+6x-10$ , 易知  $f'(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调递增, 且  $f'(1)=0$ , 所以  $f(x)$  在  $[0, 1)$  上单调递减, 在  $(1, +\infty)$  上单调递增, 故  $f(x)_{\min}=f(1)=20$ , 即  $|AC_2|_{\min}=2\sqrt{5}$ , 点  $B$  为圆  $C_2$  上一点, 所以  $|AB|$  的最小值为  $2\sqrt{5}-1$ .

23.【解析】(1)由绝对值三角不等式  $|x+2|+|x-n|\geq|(x+2)-(x-n)|$ , 当且仅当  $(x+2)(x-n)\leq 0$  时等号成立, 即  $f(x)=|x+2|+|x-n|\geq|n+2|$ , 由题意知  $|n+2|\geq 2$ , 所以  $n+2\geq 2$  或  $n+2\leq -2$ , 即  $n\geq 0$  或  $n\leq -4$ ,

综上,  $n$  的取值范围是  $(-\infty, -4]\cup[0, +\infty)$ .

(2)由(1)知,  $f(x)$  的最小值为  $|n+2|$ , 所以  $|n+2|=4$ , 解得  $n=2$  或  $n=-6$ ,

当  $n=-6$  时,  $a+2b+c=-6<0$ , 不符合题意, 故舍去, 从而  $n=2$ .

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+2b+c)=4+\frac{2b}{a}+\frac{a}{b}+\frac{c}{a}+\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{2b}{c}\geq 4+2\sqrt{\frac{2b}{a}\times\frac{a}{b}}+2\sqrt{\frac{c}{a}\times\frac{a}{c}}+2\sqrt{\frac{c}{b}\times\frac{2b}{c}}=6+4\sqrt{2},$$
 当且仅当

$$a^2=2b^2=c^2, \text{即 } a=c=2-\sqrt{2}, b=\sqrt{2}-1 \text{ 时等号成立, 所以 } \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3+2\sqrt{2},$$

综上,  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$  的最小值为  $3+2\sqrt{2}$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线