

2023 年 4 月玉林市高三年级教学质量检测

数学（文科）

本试卷分第 I 卷（选择题共 60 分）和第 II 卷（非选择题共 90 分）。考试时间 120 分钟，满分 150 分。

注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡上用黑色签字笔将自己的姓名、准考证号填写清楚，请认真核对准考证号、姓名和科目。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，在试题卷上作答无效。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 对应的向量为 \overrightarrow{OZ} (O 为坐标原点)， \overrightarrow{OZ} 与实轴正向的夹角为 120° ，且复数 z 的模为 2，则复数 z 为 ()

- A. $1+\sqrt{3}i$ B. 2 C. $(-1,\sqrt{3})$ D. $-1+\sqrt{3}i$

2. 设集合 $A=\{0,1,2\}$ ， $A\cup B=\{0,1,2,3\}$ ，则选项正确的是 ()

- A. $0\in B$ B. $3\notin C_{\mathbb{R}}B$
C. $A\cap B=\{0,1,2\}$ D. $A\subseteq B$

3. 已知 $p: x\neq 3$ 且 $y\neq 2$ ， $q: x+y\neq 5$ ，则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 能使两个不同平面 α 与 β 平行的条件是 ()

- A. α 内有无数条直线与 β 平行 B. α, β 垂直于同一个平面
C. α, β 平行于同一条直线 D. α, β 垂直于同一条直线

5. 已知 $f(x)=x^3g(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的偶函数，则 $g(x)$ 的解析式可以为 ()

- A. $g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-3^x$ B. $g(x)=x^3+x^2$
C. $g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x+3^x$ D. $g(x)=x^2-x^3$

6. 2022年神舟接力腾飞，中国空间站全面建成，我们的“太空之家”遨游苍穹. 太空中飞船与空间站的对接，需要经过多次变轨. 某飞船升空后的初始运行轨道是以地球的中心为一个焦点的椭圆，其远地点（长轴端点中离地面最远的点）与地面距离为 S_1 ，近地点（长轴端点中离地面最近的点）与地面距离为 S_2 ，地球的半径为 R ，则该椭圆的短轴长为（ ）

- A. $\sqrt{S_1 S_2}$ B. $2\sqrt{S_1 S_2}$
C. $\sqrt{(S_1 + R)(S_2 + R)}$ D. $2\sqrt{(S_1 + R)(S_2 + R)}$

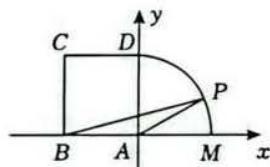
7. 若两个等差数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 和 T_n ，且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{3n+2}{2n+1}$ ，则 $\frac{a_{12}}{b_5} =$ （ ）

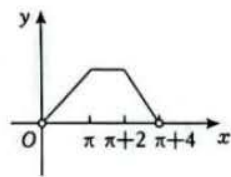
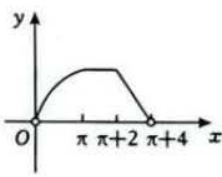
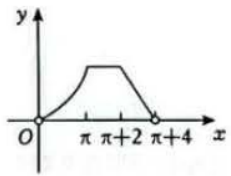
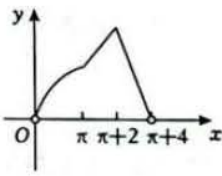
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{70}{59}$ C. $\frac{71}{59}$ D. $\frac{8}{5}$

8. 已知某样本的容量为50，平均数为36，方差为48，现发现在收集这些数据时，其中的两个数据记录有误，一个错将24记录为34，另一个错将48记录为38. 在对错误的数据进行更正后，重新求得样本的平均数为 \bar{x} ，方差为 s^2 ，则（ ）

- A. $\bar{x} = 36$ ， $s^2 < 48$ B. $\bar{x} = 36$ ， $s^2 > 48$
C. $\bar{x} > 36$ ， $s^2 < 48$ D. $\bar{x} < 36$ ， $s^2 > 48$

9. 如图，动点 P 从点 M 出发，按照 $M \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ 路径运动，四边形 $ABCD$ 是边长为2的正方形，弧 DM 以 A 为圆心， AD 为半径，设点 P 的运动路程为 x ， $\triangle APB$ 的面积为 y ，则函数 $y = f(x)$ 的图象大致是（ ）



- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin x + 4\cos x$ 在 $x = \varphi$ 处取得最大值，则 $\cos \varphi =$ （ ）

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

11. 已知 $F(5,0)$ 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点, 点 $A(0, \sqrt{11})$. 若对双曲线 C 左支上的任意点 M , 均有 $|MA| + |MF| \geq 10$ 成立, 则双曲线 C 的离心率的最大值为 ()

- A. $\sqrt{11}$ B. 5 C. $\frac{5}{2}$ D. 6

12. 函数 $f(x)$ 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$ 总有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 当 $x < 0$ 时, $f(x) < 0$, $f(1) = \frac{1}{3}$, 则下列命题中正确的是 ()

- A. $f(x)$ 是偶函数 B. $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的减函数
C. $f(x)$ 在 $[-6, 6]$ 上的最小值为 -2 D. 若 $f(x) + f(x-3) \geq -1$, 则实数 x 的取值范围为 $[3, +\infty)$

第 II 卷 (共 90 分)

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 函数 $f(x) = ax^3 - bx - \tan x + 2$, 若 $f(m) = 1$, 则 $f(-m) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知向量 $\vec{m} = (a_{n+1}, S_n)$, $\vec{n} = (1, 2)$, 若 $a_1 = 2$, 且 $\vec{m} \parallel \vec{n}$, 则 $\{a_n\}$ 通项为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \geq 4 \\ 2x-y+2 \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$, 则 $z = x^2 + (y-4)^2$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=1, AA_1=4, E$ 为 DD_1 中点, P 为正四棱柱表面上一点, 且 $C_1P \perp B_1E$, 则点 P 的轨迹的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \cos B + b \sin A = c$.

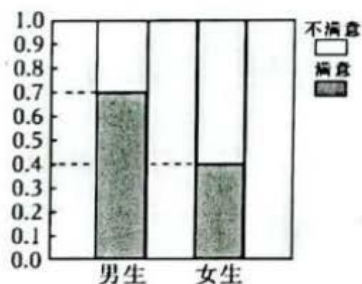
(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $a = \sqrt{2}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$, 求 $b+c$ 的值.

18. (12 分)

为改善学生的就餐环境, 提升学生的就餐质量, 保证学生的营养摄入, 某校每学期都会对全校 3000 名学生进

行食堂满意度测试。已知该校的男女比例为 1:2，本学期测试评价结果的等高条形图如下：



	男	女	合计
满意			
不满意			
合计			3000

(1) 填写上面的列联表，并根据列联表判断是否有 99.9% 的把握认为学生对学校食堂的“满意度”情况与性别有关；

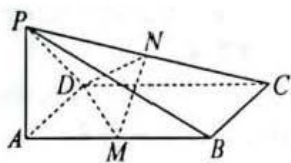
(2) 按性别用分层抽样的方法从测试评价不满意的学生中抽取 5 人，再从这 5 人中随机选出 3 人交流食堂的问题，求选出的 3 人中恰好没有男生的概率。

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad n = a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

19. (12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是矩形， $PA = AD = 2$ ， $AB = 4$ ， M ， N 分别是线段 AB ， PC 的中点。



(1) 求证： $MN \parallel$ 平面 PAD ；

(2) 在线段 CD 上是否存在一点 Q ，使得直线 NQ 与平面 DMN 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$ ？若存在，求出 $\frac{CQ}{CD}$ 的值，若不存在，请说明理由。

20. (12 分)

已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，准线为 l ，点 P 为 E 上的一点，过点 P 作直线 l 的垂线，垂足为 M ，且 $|MF| = |FP|$ ， $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FP} = 32$ 。

(1) 求抛物线 E 的标准方程;

(2) 已知 $\triangle BCD$ 的三个顶点都在抛物线 E 上, 顶点 $B(2, 4)$, $\triangle BCD$ 重心恰好是抛物线 E 的焦点 F , 求 CD 所在的直线方程.

21. (12 分)

设函数 $f(x) = (x+a)\ln x + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + y - 2 = 0$

(1) 求 $y = f(x)$ 的解析式;

(2) 证明: $\frac{f(x)-1}{x-e^x} < 1$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的直角坐标方程为 $y = \sqrt{3}x$, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \cos \alpha \\ y = 2 + \sin \alpha \end{cases}$ (α 为

参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求直线 l 和曲线 C 的极坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|}$.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x-2| + |x+2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geq 2x+4$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 k , 且实数 a, b, c , 满足 $a(b+c) = k$, 求证: $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 8$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



Q 自主选拔在线

