

2023 年普通高等学校招生全国统一考试 数学冲刺卷(一)

本试卷共 22 题,共 150 分,考试时间 120 分钟,考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

注意事项:

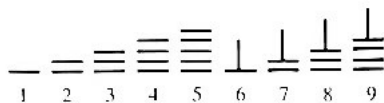
1. 答题前,考生先将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内.
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂;非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整,笔迹清楚.
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试卷上答题无效.
4. 作图可先使用铅笔画出,确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑.
5. 保持卡面清洁,不要折叠,不要弄破、弄皱,不准使用涂改液、修正带、刮纸刀.

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{x||x|=-x\}$, $N=\{-2,-1,0,1,2\}$, 则 $M\cap N=$
A. $\{-2,-1,0,1,2\}$ B. $\{-2,-1\}$ C. $\{-2,-1,0\}$ D. $\{0,1,2\}$
2. 已知复数 $z=\frac{2i-3}{1-i^{2023}}$, 则 z 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知向量 $a=(-2,3)$, $b=(1,-2)$, $(a-\lambda b)\perp b$, 则实数 $\lambda=$
A. $-\frac{8}{5}$ B. $\frac{8}{5}$ C. -2 D. 2
4. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减,若 $f(3)=4$, 则 $f(2x-1)\leq 4$ 的解集为
A. $(-\infty,2]$ B. $[2,+\infty)$
C. $[-1,2]$ D. $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$
5. 在数学史上,中国古代十进制的算筹计数法是一个伟大的创造,算筹实际上是一根根同长短的小木棍.如图,这是利用算筹表示数 1—9 的一种方法,例如:3 可表示为“≡”,26 可表示为“=⊥”.现有 6 根相同的小木棍,据此表示方法,若小木棍不能剩

全国 100 所名校最新高考冲刺卷 第 1 页(共 8 页) 【23·(新高考)CCJ·数学(一)·高四】

余,用这 6 根棍随意摆成两个数字,从这两个数字形成的两位数中任取一个,取到的两位数能被 7 整除的概率是



- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{16}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

6. 已知抛物线 $C: x^2 = 9y$ 的焦点为 F , P 是抛物线 C 上一动点, $Q(3, 5)$, 则 $|PF| + |PQ|$ 的最小值为

- A. $\frac{3}{4}$ B. 2 C. $\frac{29}{4}$ D. $\frac{11}{4}$

7. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle ABC$ 为等边三角形, $PC \perp$ 平面 ABC , $AC = \sqrt{3}PC$, $P-ABC$ 的外接球 O 的表面积为 20π , 则三棱锥 $P-ABC$ 的体积为

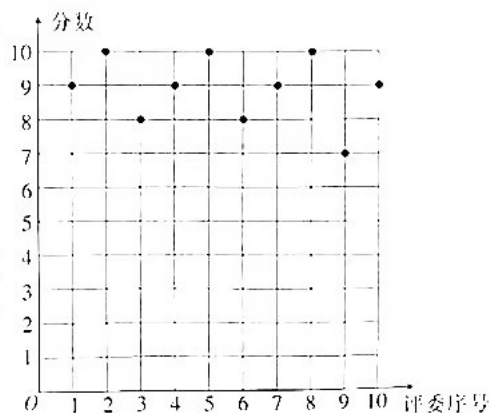
- A. $2\sqrt{3}$ B. 6 C. $3\sqrt{3}$ D. 9

8. 若 $a = \frac{2\ln \frac{e}{2}}{e} - \frac{2(2-\ln 2)}{e^2}$, $b = \frac{\ln 13}{13}$, $c = \frac{\ln 14}{14}$, 则

- A. $c < a < b$ B. $a < c < b$ C. $a < b < c$ D. $c < b < a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 北京时间 2022 年 11 月 29 日 23 时 08 分, 中国航天人再次刷新飞天壮举. 航天员费俊龙、邓清明、张陆组成神舟十五号飞行乘组, 接力空间站建造阶段载人飞行任务的最后一棒, 向着建造空间站的终点冲刺. 某校组织了以“航天”为主题的演讲比赛, 小敏决赛时, 10 位评委的打分如图所示, 则下列说法正确的是

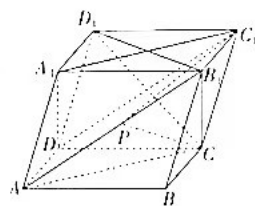


- A. 该组数据的极差为 3
B. 该组数据的中位数为 9
C. 该组数据的平均数为 9
D. 该组数据的方差为 0.89



10. 定义: 设 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, $f''(x)$ 是函数 $f'(x)$ 的导数, 若方程 $f''(x)=0$ 有实数解 x_0 , 则称点 $(x_0, f(x_0))$ 为函数 $y=f(x)$ 的“拐点”. 经过探究发现: 任何一个三次函数都有“拐点”且“拐点”就是三次函数图象的对称中心. 已知函数 $f(x)=x^3-2x^2+x$, 则

- A. 函数 $f(x)$ 图象的对称中心为 $(\frac{2}{3}, \frac{2}{27})$
B. 函数 $f(x)$ 既有极大值又有极小值
C. 函数 $f(x)$ 有 3 个零点
D. 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为 $y=0$
11. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $AA_1=4$, 点 A_1 在平面 $ABCD$ 的投影为 D , P 是线段 AB_1 上一动点, 则



- A. $CP \parallel$ 平面 A_1C_1D
B. 平面 $AB_1C \perp$ 平面 ADD_1A_1
C. 平面 CD_1B_1 与平面 ADD_1A_1 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$
D. 存在某个位置, 使得 $C_1P \perp$ 平面 CD_1B_1
12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过点 F_1 的直线与双曲线 C 的左支交于 A, B 两点, 则
- A. 若双曲线 C 的离心率大于 $\sqrt{2}$, 则 $a < b$
B. 若直线 $y=tx$ 与双曲线 C 无交点, 则 $|t| > \frac{b}{a}$
C. 双曲线 C 上任意一点 P 到 C 的两条渐近线的距离之积为 $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$
D. 若 $\angle AF_2B = 60^\circ$, 则 $\triangle AF_2B$ 的内切圆半径为 $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$

题序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

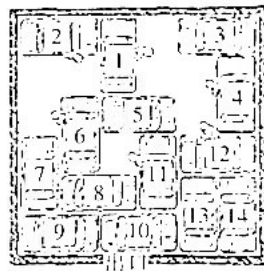
13. 已知 $X \sim N(3, \sigma^2)$, $P(X \geq 1) = 0.87$, 则 $P(3 < X \leq 5) =$ _____.

全国 100 所名校最新高考冲刺卷 第 3 页 (共 8 页) 【23·(新高考)CJ·数学(一)·答案】

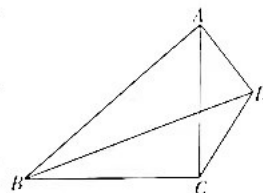


14. 已知圆 $C_1: x^2 + (y+1)^2 = 4$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 + 6x - 7 = 0$ 相交, 则两圆的公共弦所在直线 l 的方程为_____.

15. 在市中心一个小型地下停车场里, 车子像沙丁鱼一样挤在一起. 由于车子停得太靠近了, 所以只能向前或向后移动. 把车宽定为 1, 车长定为 2, 图中 1 号车的车主急着要开出停车场, 为了使 1 号车离开它所陷入的车阵, 则车辆最少需要移动_____次.



16. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是以 AB 为斜边的等腰直角三角形, $AD = \sqrt{2}$, $DC = 2$, $BD = 3\sqrt{2}$, 则 $\triangle ADC$ 的面积为_____.



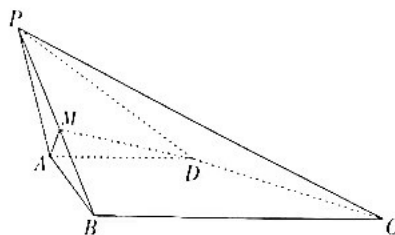
四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $\angle PAB = 120^\circ$, $PA = AD = AB = 2$, $BC = 4$, M 为 PB 的中点.

(1) 证明: $AM \parallel$ 平面 PDC .

(2) 求直线 DM 与平面 PBC 所成角的正弦值.



18. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \pi$, $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4})$ 上无零点, 且

$$f(\frac{\pi}{4}) + f(\frac{\pi}{2}) = 0.$$

(1) 求 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心;

(2) 若 $f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, ω 为正整数, 求 φ .

19. (12 分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n^2 - (n^2 + n)S_n - n(n^2 + 2n) = 0$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = \frac{a_1}{a_n a_{n+1}}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , $T_k = \frac{1}{9}$, 求 k 的值.

全国 100 所名校模拟新高考冲刺卷 第 5 页(共 8 页) 【23·(新高考)CCJ·数学(一)·第 5 页】



20. (12 分)

“专精特新”企业是指具有“专业化、精细化、特色化、新颖化”特征的中小企业. 国家重视“专精特新”企业的数字化转型. 我国数字化转型正从起步阶段向系统变革逐步推进深化, 转型领域、支撑体系、生态建设正不断完善升级. 制造业“专精特新”企业数字化转型成效初显. 作为低代码市场的重点客户, 制造业“专精特新”企业低代码市场需求规模增长迅猛. 据统计, 我国 2019 年到 2022 年制造业“专精特新”企业低代码市场规模 y (亿元) 的数据如下表:

年份	2019	2020	2021	2022
年份代码 x	1	2	3	4
y	3.7	4.6	6.9	10.4

- (1) 根据上表统计数据, 计算 y 与 x 的样本相关系数 r , 并判断 y 与 x 是否具有较高的线性相关程度 (若 $0.30 \leq |r| < 0.75$, 则线性相关程度一般, 若 $|r| \geq 0.75$, 则线性相关程度较高, r 精确到 0.01);
- (2) 求 y 关于 x 的经验回归方程, 并预测 2023 年制造业“专精特新”企业低代码市场规模.

$$\text{附: 样本相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x},$$

$$\sum_{i=1}^4 y_i^2 = 190.62, \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 11.2, \sqrt{133.9} \approx 11.57.$$



21. (12 分)

已知动点 $P(x, y)$ 与定点 $F(2, 0)$ 之间的距离与点 P 到直线 $x=3$ 的距离的比值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

(1) 求动点 P 的轨迹方程 E ;

(2) 若 P 的轨迹上四点 A, B, C, D 满足 $AB \cap CD = F$, 且 $AB \perp CD$, 求四边形 $ACBD$ 的面积取值范围.

高中数学答案

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - 2\ln x - 2$.

(1) 求 $f(x)$ 的最值;

(2) 若 $2xe^x + f(x) \geq x^2 + 2bx$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 b 的最大值.

高中数学答案

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线