四川省2023届名校联考高考仿真测试（五）
文科数学

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟.

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x>2x-1\}$. 集合 $B=\{x|\frac{2x-1}{x-2}\geqslant 0\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}B\cap A=$

A. $(-\infty,\frac{1}{2}]$　　B. $(\frac{1}{2},1)$　　C. $(1,2]$　　D. $(-\infty,1]$

2. 若复数 z_1,z_2 在复平面内对应的点关于虚轴对称，且 $z_1=3-\mathrm{i}$，则 $\frac{z_1}{z_2}=$

A. $-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}\mathrm{i}$　　B. $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\mathrm{i}$　　C. $-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\mathrm{i}$　　D. $-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\mathrm{i}$

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x+x,(x<2)\\x^2+2a(x\geqslant 2)\end{cases}$，则“$a\leqslant -2$”是“$f(x)$有两个零点”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

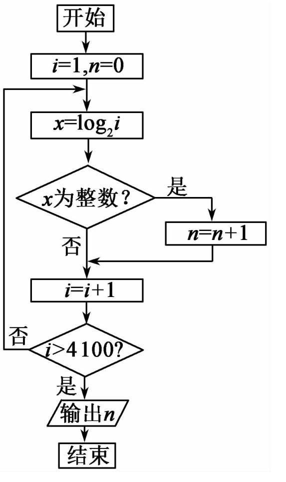
4. 执行如图所示的程序框图，则输出 n 的值为

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14



5. 已知奇函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称，且在区间 $[0,\frac{\pi}{6}]$ 上单调，则 ω 的值是

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

6. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$PA=6$，$BC=3$，$\angle CAB=\frac{\pi}{6}$，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为

A. 72π　　B. 36π　　C. 108π　　D. 144π

7. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{16}=1(0<m<4)$，定点 $A(2,0)$，$B(6,0)$，有一动点 P 满足 $|PB|=\sqrt{3}|PA|$，若 P 点轨迹与椭圆 C 恰有 4 个不同的交点，则椭圆 C 的离心率的取值范围为

A. $(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$　　B. $(0,\frac{1}{2})$　　C. $(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$　　D. $(\frac{1}{2},1)$

8. 已知关于 x,y 的不等式组 $\begin{cases}x-y-2\leqslant 0\\2x+y-4\leqslant 0\\x\geqslant 0\end{cases}$ 表示的平面区域为 M，在区域 M 内随机取一点 $N(x_0,y_0)$，则 $3x_0-y_0-2\leqslant 0$ 的概率为

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{4}{5}$

9. 下列结论正确的有

A. 若 $\ln a^2>\ln b^2$，则 $2^{|a|}>2^{|b|}$

B. 若 $\frac{|a|}{a^2}>\frac{|b|}{b^2}$，则 $2^a<2^b$

C. 若 $b>a>e$，则 $a^b<b^a$

D. 若 $0<2a<b<3-a^2$，则 $\sin a\leqslant\sin\frac{b}{2}$

10. 已知动圆 Q 过点 $(0,1)$，且与直线 $l:y=-1$ 相切，记动圆 Q 的圆心轨道为 Γ，过 l 上一动点 D 作曲线 Γ 的两条切线，切点分别为 A、B，直线 AB 与 y 轴相交于点 F，下列说法不正确的是

A. Γ 的方程为 $x^2=4y$

B. 直线 AB 过定点

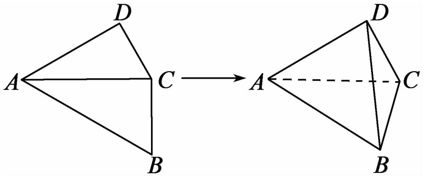
C. $\angle AOB$ 为钝角（O 为坐标原点）

D. 以 AB 为直径的圆与直线 $y=-1$ 相交

11. 已知函数 $y=\frac{x+1}{x-1}$ 与 $y=\mathrm{e}^x$ 相交于 A，B 两点，与 $y=\ln x$ 相交于 C，D 两点，若 A，B，C，D 四点的横坐标分别为 x_1，x_2，x_3，x_4，且 $x_1<x_2$，$x_3<x_4$，则下列等式不成立的是

A. $x_1+x_2=0$　　B. $x_3x_4=1$　　C. $x_1\ln x_3=1$　　D. $x_4\mathrm{e}^{x_1}=1$

12. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，$AD\perp CD$，$AC\perp BC$，$\angle DAC=\angle BAC=30°$，现将 $\triangle ACD$ 沿 AC 折起，并连接 BD，使得平面 $ACD\perp$ 平面 ABC，若所得三棱锥 $D-ABC$ 的外接球的表面积为 4π，则三棱锥 $D-ABC$ 的体积为



A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若 $\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$，且 $\sin\alpha=(2-\cos\alpha)\cdot\tan\frac{\alpha}{2}$，则 $\tan\alpha=$________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-2)$，$\boldsymbol{c}=(1,\lambda)$，若 $\boldsymbol{c}\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，则 $\lambda=$________.

15. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$ 的右焦点为 F，过双曲线上一点 $P(x_0,y_0)(y_0\neq0)$ 的直线 $x_0x-2y_0y-4=0$ 与直线 $x=\sqrt{6}$ 相交于点 A，与直线 $x=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 相交于点 B，则 $\frac{|AF|}{|BF|}=$________.

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+1,x<0\\ \ln(x+1),x\geqslant0\end{cases}$，若关于 x 的方程 $f(f(x))=a$ 恰有两个不相等的实数根 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，则 $\frac{x_2+1}{x_1+2}$ 的取值范围是________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

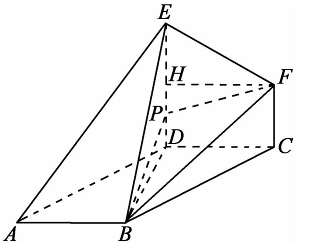
已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_n>0$，$S_n=\frac{(a_n+2)a_n}{4}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项积 $T_n=2^{n^2}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，$ED\perp$平面 $ABCD$，$CF\parallel DE$，四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $DE=2CF=2CD=2BD$，$BD\perp CD$，H 为 DE 的中点.

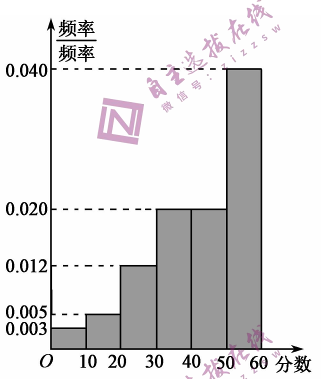


(1)证明：$HF\perp$平面 BDE.

(2)若 P 是棱 DE 上一点，且 $DP=\frac{1}{4}DE=1$，求点 E 到平面 BFP 的距离.

19.（本小题满分 12 分）

某大学为调研学生在 A、B 两家餐厅用餐的满意度，从在 A、B 两家都用过餐的学生中随机抽取了 100 人，每人分别对这两家餐厅进行评分，满分均为 60 分. 整理评分数据，将分数以 10 为组距分为 6 组：[0,10)、[10,20)、[20,30)、[30,40)、[40,50)、[50,60]，得到 A 餐厅分数的频率分布直方图和 B 餐厅分数的频数分布表：



B餐厅分数频数分布表	
分数区间	频数
[0,10)	2
[10,20)	3
[20,30)	5
[30,40)	15
[40,50)	40
[50,60]	35

(1)在抽样的 100 人中，求对 A 餐厅评分低于 30 的人数；

(2)从对 B 餐厅评分在[0,20)范围内的人中随机选出 2 人，求 2 人中恰有 1 人评分在[0,10)范围内的概率.

(3)如果从 A、B 两家餐厅中选择一家用餐，你会选择哪一家？说明理由.

20.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$的准线与 x 轴的交点为 H，直线过抛物线 C 的焦点 F 且与 C 交于 A,B 两点，$\triangle HAB$ 的面积的最小值为 4.

(1)求抛物线 C 的方程；

(2)若过点 $Q(\frac{17}{4},1)$的动直线 l 交 C 于 M,N 两点，试问抛物线 C 上是否存在定点 E，使得对任意的直线 l，都有 $EM\perp EN$，若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，则说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^{x+1}-m\sqrt{x}+n\sin x,m,n\in\mathbf{R}$.

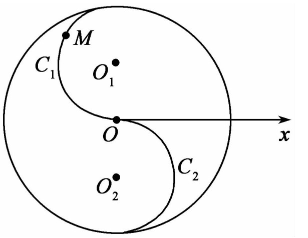
(1)若 $n=0$，讨论 $f(x)$的零点个数；

(2)若函数 $f(x)$有零点，证明：$m^2+n^2>e^3$.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.**[选修 4—4：坐标系与参数方程]**(10 分)

如图，在极坐标系 Ox 中，圆 O 的半径为 2，半径均为 1 的两个半圆弧 C_1,C_2 所在圆的圆心分别为 $O_1(1,\frac{\pi}{2})$，$O_2(1,\frac{3\pi}{2})$，M 是半圆弧 C_1 上的一个动点.



(1)当$\angle MOO_1=\frac{\pi}{6}$时，求点 M 的极坐标；

(2)以 O 为坐标原点，极轴 Ox 为 x 轴正半轴，$\overrightarrow{OO_1}$的方向为 y 轴正方向建立平面直角坐标系. 若点 N 为线段 MO_2 的中点，求点 N 的轨迹方程.

23.**[选修 4—5：不等式选讲]**(10 分)

设函数 $f(x)=|x+5|+2|x+2|$的最小值为 t.

(1)求 t 的值；

(2)若 a,b,c 为正实数，且$\frac{1}{ta}+\frac{1}{2tb}+\frac{1}{3tc}=\frac{2}{3}$，求证：$\frac{a}{9}+\frac{2b}{9}+\frac{c}{3}\geqslant\frac{1}{2}$.