

绝密★启用前

海南省 2022—2023 学年高三第一学期期末学业水平诊断

数 学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\frac{3-i}{1-2i} =$

- A. $-1+i$ B. $-1-i$ C. $1+i$ D. $1-i$

2. 已知集合 $A = \{x | x > 5\}$, $B = \{x | 1 - \log_2 x < 0\}$, 则

- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$ C. $A \cap B = \emptyset$ D. $A \cup B = \mathbf{R}$

3. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^n + 1$, 则 $\frac{a_5 + a_6}{a_1} =$

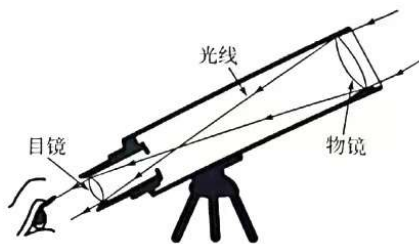
- A. 7 B. 8 C. 15 D. 16

4. 天文学中常用“星等”来衡量天空中星体的明亮程度，一个望远镜能看到的最暗的天体星等称为这个望远镜的“极限星等”。在一定条件下，望远镜的极限星等 M 与其口径 D (即物镜的直径，单位：mm) 近似满足关系式 $M = 1.8 + 5 \lg D$, 例如：50 mm 口径的望远镜的极限星等约为 10.3。则 200 mm 口径的望远镜的极限星等约为

- A. 12.8 B. 13.3 C. 13.8 D. 14.3

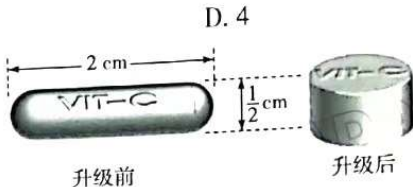
5. 使得函数 $f(x) = \ln \frac{2+ax}{b+x}$ 为奇函数的实数对 (a, b) 的个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



数学试题 第 1 页 (共 4 页)

6. 已知样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数与中位数之差为 2, 则样本数据 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_n - 1$ 的平均数与中位数之差为
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
7. 已知 P, Q 是抛物线 $C: x^2 = 4y$ 上位于不同象限的两点, 分别过 P, Q 作 C 的切线, 两条切线相交于点 T, F 为 C 的焦点, 若 $|FP| = 2, |FQ| = 5$, 则 $|FT| =$
- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4
8. 如图所示, 某制药厂以前生产的维 C 药片的形状是由一个圆柱和两个直径为 $\frac{1}{2}$ cm 的半球组成的几何体, 总长度为 2 cm. 现根据市场需求进行产品升级, 要将药片形状改为高为 $\frac{1}{2}$ cm 的圆柱, 且升级前后药片的表面积相同, 则升级后的药片体积相比升级前
- A. 减少了 $\frac{\pi}{48}$ cm^3 B. 增加了 $\frac{\pi}{48}$ cm^3
- C. 减少了 $\frac{\pi}{96}$ cm^3 D. 增加了 $\frac{\pi}{96}$ cm^3



二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

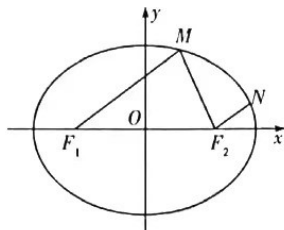
9. 已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 且 $\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha = \frac{1}{5}$, 则
- A. $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ B. $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$ C. $\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$ D. $\tan 2\alpha = -\frac{3}{4}$
10. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD = AA_1, AB = \sqrt{2}BC$, 则下列线段与 AC_1 垂直的有
- A. A_1D B. B_1C C. B_1D D. BD_1
11. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2ax + ay + a - 2 = 0$ 经过坐标原点, 则
- A. 圆 C 的半径为 5
- B. 圆 C 的一条直径在直线 $x + 3y + 1 = 0$ 上
- C. 圆 C 与坐标轴的交点构成的三角形面积为 4
- D. 圆 C 上到 x 轴的距离为 1 的点有 4 个
12. 已知函数 $f(x) = e^x - x, g(x) = x^2 - x$, 令 $u(x) = f(g(x)), v(x) = g(f(x))$, 则
- A. $u(x)$ 与 $g(x)$ 的单调区间相同 B. $v(x)$ 与 $f(x)$ 的单调区间相同
- C. $u(x)$ 与 $f(x)$ 有相同的最小值 D. $v(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小值

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 边 AD, CD 的中点分别为 E, F , 则 $\vec{EF} \cdot (\vec{EA} + \vec{AB}) =$ _____.
14. 函数 $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{12}\right)$ 的图象的对称轴中, 离 y 轴最近的对称轴方程为 $x =$ _____.

15. 已知小明每天步行上学的概率为 0.6, 骑自行车上学的概率为 0.4, 且步行上学有 0.05 的概率迟到, 骑自行车上学有 0.02 的概率迟到. 若小明今天上学迟到了, 则他今天骑自行车上学的概率为_____.

16. 如图, 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, M, N 为椭圆上两点, 满足 $F_1M \parallel F_2N$, 且 $|F_2N| : |F_2M| : |F_1M| = 1 : 2 : 3$, 则椭圆 C 的离心率为_____.



四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $A = \frac{2\pi}{3}$, 再从下面①②③三个条件中选两个, 求 $\sin B + \sin C$ 的值.

条件: ① $a = 7$; ② $b = 3$; ③ $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

注: 若选择不同的组合分别解答, 则按第一个解答计分.

18. (12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3, a_{17} = 5a_3$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

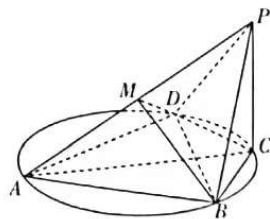
(II) 记 b_m 为 $\{a_n\}$ 中满足 $a_n \leq 3^m (m \in \mathbf{N}^*)$ 的项的个数, 写出 b_1, b_2 的值, 并求数列 $\{b_m\}$ 的前 m 项和 S_m .

19. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 点 A, B, C, D 都在以 AC 为直径的圆上, $PC \perp$ 平面 $ABCD$, M 为 AP 的中点.

(I) 证明: $AB \perp$ 平面 PBC ;

(II) 若 $\triangle ABD$ 是正三角形, $AC = 2PC = 4$, 求平面 BMD 与平面 PBC 夹角的余弦值.



20. (12 分)

王先生准备利用家中闲置的 10 万元进行投资,投资公司向其推荐了 A, B 两种理财产品,其中产品 A 一年后固定获利 8%,产品 B 的一年后盈亏情况的分布列如下(表中 $p > 0$):

盈亏情况	获利 16%	不赔不赚	亏损 4%
概率	$2p$	$\frac{1}{4}$	p

- (I) 如果王先生只投资产品 B ,求他一年后投资收益的期望值.
 (II) 该投资公司为提高客户积极性,对投资产品 B 的客户赠送鼓励金,每年的鼓励金为产品 B 的投资额的 2% 但不超过 1 200 元.王先生应该如何分配两个产品的投资额,才能使一年后投资收益(含鼓励金)的期望值最大,最大为多少?

21. (12 分)

已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 设 E 的右焦点为 F , 右顶点为 A , 虚轴下端点为 B , 且 $|BF| = \sqrt{6}$.

- (I) 求 E 的方程;
 (II) 过坐标原点的直线 l 与 E 交于 P, Q 两点, 与直线 AB 交于点 M , 且点 P, M 都在第一象限, 若 $\triangle AQM$ 的面积是 $\triangle APM$ 面积的 2 倍, 求 l 的斜率.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - e \ln x$.

- (I) 证明: $f(x) \geq e$;
 (II) 不等式 $2f(x) \geq 2ax - 2e \ln x + x^2 + a^2$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线