

湖南省普通高中学业水平合格性考试(一)

数学参考答案

一、选择题(18×3分)

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|
| 题号 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 |
| 答案 | C  | D  | D  | B  | D  | C  | D  | D  | B | C  |
| 题号 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |   |    |
| 答案 | A  | C  | D  | C  | D  | A  | B  | C  |   |    |

二、填空题(4×4分)

19.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 3x + 2 \geq 0$

20.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

21.  $\{x | x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -4\}$

22. 3

三、解答题(3×10分)

23. 【解析】(1)甲生产线所生产产品的质量指数的平均数为  $\bar{x}_甲 = 3 \times 0.05 \times 2 + 5 \times 0.15 \times 2 + 7 \times 0.2 \times 2 + 9 \times 0.1 \times 2 = 6.4$ , ..... (2分)

乙生产线所生产产品的质量指数的平均数为  $\bar{x}_乙 = 3 \times 0.15 \times 2 + 5 \times 0.1 \times 2 + 7 \times 0.2 \times 2 + 9 \times 0.05 \times 2 = 5.6$ . ..... (4分)

(2)由题意可知,甲生产线的样品中优等品有  $100 \times 0.1 \times 2 = 20$  件,乙生产线的样品中优等品有  $100 \times 0.05 \times 2 = 10$  件.从甲生产线的样品中抽取的优等品有  $6 \times \frac{20}{20+10} = 4$

件,记为  $a, b, c, d$ ;从乙生产线的样品中抽取的优等品有  $6 \times \frac{10}{20+10} = 2$  件,记为  $E, F$ .

从这 6 件产品中随机抽取 2 件的情况有  $(a, b), (a, c), (a, d), (a, E), (a, F), (b, c), (b, d), (b, E), (b, F), (c, d), (c, E), (c, F), (d, E), (d, F), (E, F)$ , 共 15 种,

..... (8分)

其中符合条件的情况有  $(a, E), (a, F), (b, E), (b, F), (c, E), (c, F), (d, E), (d, F)$ , 共 8 种.

故所求概率  $P = \frac{8}{15}$ . ..... (10分)

24. 【解析】(1)证明:设  $AC$  和  $BD$  交于点  $O$ ,则  $O$  为  $BD$  的中点,连接  $PO$ (图略).

因为  $P$  是  $DD_1$  的中点,所以  $PO \parallel BD_1$ ,

湖南省普通高中学业水平合格性考试(一)·数学参考答案

又因为  $PO \subset$  平面  $PAC$ ,  $BD_1 \not\subset$  平面  $PAC$ , 所以直线  $BD_1 \parallel$  平面  $PAC$ . …… (5分)

(2) 由(1)知,  $PO \parallel BD_1$ , 所以  $\angle APO$  即为异面直线  $BD_1$  与  $AP$  所成的角.

因为  $PA=PC=\sqrt{CD^2+PD^2}=\sqrt{2}$ ,  $AO=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且  $PO \perp AO$ ,

$$\text{所以 } \sin \angle APO = \frac{AO}{AP} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

又  $\angle APO \in (0^\circ, 90^\circ]$ , 所以  $\angle APO = 30^\circ$ .

故异面直线  $BD_1$  与  $AP$  所成角的大小为  $30^\circ$ . …… (10分)

25. 【解析】(1) 当  $x < 0$  时, 可得  $-x > 0$ , 所以  $f(-x) = -2x + 1$ ,

又因为  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 所以  $f(-x) = -f(x)$ , 所以  $f(x) = 2x - 1$ ,

$$\text{又 } f(0) = 0, \text{ 所以函数的解析式为 } f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 2x+1, & x > 0. \end{cases} \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 当  $x < 0$  时, 方程  $f(x) = x^2 + tx + 2t$  仅有一实根或有两个相等的实根,

即  $2x - 1 = x^2 + tx + 2t$  仅有一个负根或有两个相等的负根,

即  $x^2 + (t-2)x + 2t + 1 = 0$  仅有一个负根或有两个相等的负根.

当  $2t + 1 < 0$  时, 即  $t < -\frac{1}{2}$  时, 方程仅有一个负根, 符合题意;

当  $2t + 1 = 0$  时, 即  $t = -\frac{1}{2}$  时, 方程为  $x^2 - \frac{5}{2}x = 0$ , 解得  $x = 0$  或  $x = \frac{5}{2}$ , 不符合题意;

…………… (7分)

当  $2t + 1 > 0$  时, 即  $t > -\frac{1}{2}$  时, 方程的两个根同号, 由  $\Delta = (t-2)^2 - 4(2t+1) = 0$ , 解得

$t = 12$  或  $t = 0$ ,

若  $t = 0$ , 方程为  $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 = 0$ , 解得  $x = 1$ , 不符合题意;

若  $t = 12$ , 方程为  $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2 = 0$ , 解得  $x = -5$ , 符合题意. …… (9分)

综上所述,  $t = 12$  或  $t < -\frac{1}{2}$ , 即实数  $t$  的取值范围为  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup \{12\}$ . …… (10分)

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

