

姓名 _____ 座位号 _____
(在此卷上答题无效)

绝密 ★ 启用前

2022 届“江南十校”一模联考

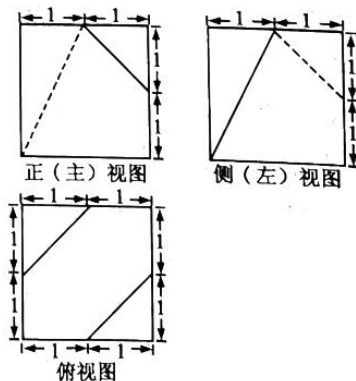
理科数学

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、班级、准考证号、考场号和座位号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将答题卡交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{x \mid |x-1| > 2\}$, $B = \{x \mid \log_4 x < 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. (3, 4) B. $(-\infty, -1) \cup (3, 4)$ C. (1, 4) D. $(-\infty, 4)$
- 已知复数 z 在复平面内对应的点为 (2, 1), \bar{z} 是 z 的共轭复数, 则 $\frac{\bar{z}}{z} =$
A. $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ B. $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ C. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ D. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$
- 已知函数 $f(x) = 2^{|x|}$, $a = f(\log_0 5 3)$, $b = f(\log_4 5)$, $c = f(\cos \frac{\pi}{3})$, 则
A. $a > c > b$ B. $a > b > c$ C. $b > a > c$ D. $c > a > b$
- 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 若 $3a_2$ 是 a_3 与 a_4 的等差中项, 且 $a_3 - a_1 = 3$, 则 $a_5 =$
A. $\frac{81}{8}$ B. 16 C. $\frac{243}{8}$ D. 32
- $(x-2y)^5$ 的展开式中 x^2y^3 的系数为
A. -80 B. 80
C. -40 D. 40
- 某正方体被截去部分后得到的空间几何体的三视图如图所示, 则该空间几何体的体积为
A. $\frac{13}{2}$ B. $\frac{22}{3}$
C. $\frac{15}{2}$ D. $\frac{23}{3}$



(第 6 题图)

理科数学试卷 第 1 页 (共 4 页)

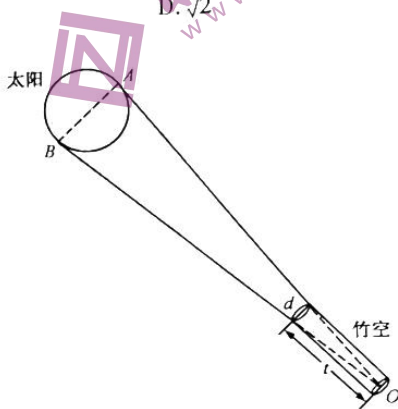
7. 安徽省 2021 年高考综合改革实施方案中规定: 高考考试科目按照“3+1+2”的模式设置, “3”为语文、数学、外语 3 门必考科目; “1”为由考生在物理、历史 2 门中选考 1 门作为首选科目; “2”为由考生在思想政治、地理、化学、生物 4 门中选考 2 门作为再选科目. 现有甲、乙两位同学选科, 若他们的首选科目均为物理, 在再选科目中, 两人选择每科目的可能性相同, 且他们的选择互不影响, 则这两名同学的再选科目中至多有一门相同的概率为

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

8. 已知实数 a, b 满足 $2a^2 - b^2 = 1$, 则 $|2a - b|$ 的最小值为

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

9. 《周髀算经》中“侧影探日行”一文有记载: “即取竹空, 径一寸, 长八尺, 捕影而视之, 空正掩日, 而日应空之孔.” 意谓: “取竹空这一望筒, 当望筒直径 d 是一寸, 筒长 l 是八尺时(注: 一尺等于十寸), 从筒中搜捕太阳的边缘观察, 则筒的内孔正好覆盖太阳, 而太阳的外缘恰好填满竹管的内孔.” 如图所示, O 为竹空底面圆心, 则太阳角 $\angle AOB$ 的正切值为



(第 9 题图)

A. $\frac{320}{160^2 - 1}$ B. $\frac{1}{160}$
C. $\frac{160}{80^2 - 1}$ D. $\frac{1}{80}$

10. 声音是由物体振动产生的声波, 我们听到的声音中包含着正弦函数. 若某声音对应的函数可近似为 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$, 则下列叙述正确的是

A. $x = \frac{\pi}{2}$ 为 $f(x)$ 的对称轴 B. $(\frac{3\pi}{2}, 0)$ 为 $f(x)$ 的对称中心
C. $f(x)$ 在区间 $[0, 10]$ 上有 3 个零点 D. $f(x)$ 在区间 $[\frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}]$ 上单调递增

11. 设 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, O 为坐标原点, 点 P 在椭圆 C 上, 延长

PF_2 交椭圆 C 于点 Q , 且 $|PF_1| = |PQ|$. 若 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{3} b^2$, 则 $\frac{|PQ|}{|F_1F_2|} =$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

12. 已知函数 $f(x) = ae^{x^2-2} - \frac{1}{2}x^2 - \ln(x+1) + \ln a$, 若 $f(x) \geq 3$ 恒成立, 则 a 的取值范围为

A. $[e, +\infty)$ B. $[2e, +\infty)$ C. $[e^2, +\infty)$ D. $[2e^2, +\infty)$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 设向量 $\mathbf{a}=(t,2)$, $\mathbf{b}=(-t,1)$, 且 $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2=|\mathbf{a}|^2+|\mathbf{b}|^2$, 则 $t=$ _____.

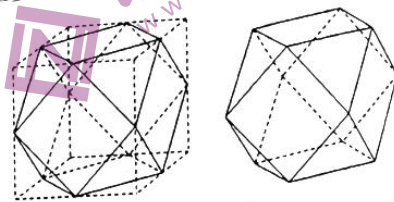
14. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的左、右焦点, P 是 C 右支上一点. 若

$|PF_2|=|F_1F_2|$, 点 F_2 到直线 PF_1 的距离为 $2a$, 则 C 的离心率为 _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n \cdot \sin \frac{2n\pi}{3}$, 其前 n 项和为 S_n , 则 $S_{2022} =$ _____.

16. 半正多面体亦称阿基米德多面体, 是由边数不全相同的正多边形为面的多面体. 如图所示,

将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥, 如此共可截去八个三棱锥, 得到一个有十四个面的半正多面体, 其中八个面为正三角形, 六个面为正方形, 它们的边长都相等, 称这样的半正多面体为二十四等边体. 现有一个体积为 V_1 的二十四等边体, 其外接



(第 16 题图)

球体积为 V_2 , 则 $\frac{V_2}{V_1} =$ _____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题:共 60 分。

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\tan C = \frac{\sin A}{2 - \cos A}$.

(1) 求 $\frac{b}{c}$ 的值;

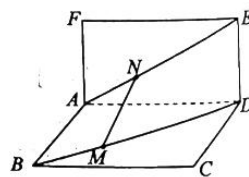
(2) 设 M 和 N 分别是 $\triangle ABC$ 的重心和内心, 若 $MN \parallel BC$ 且 $c=2$, 求 α 的值.

18. (12 分)

如图所示, 已知矩形 $ABCD$ 和矩形 $ADEF$ 所在的平面互相垂直, $AD=2AF=2AB=2$, M, N 分别是对角线 BD, AE 上异于端点的动点, 且 $BM=AN$.

(1) 求证: 直线 $MN \parallel$ 平面 CDE ;

(2) 当 MN 的长最小时, 求二面角 $A-MN-D$ 的余弦值.



(第 18 题图)

19. (12 分)

已知抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F , 过点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 P, A 两点, 且 $\vec{PF} = \lambda \vec{FA}$.

(1) 若 $\lambda=4$, 求直线 l 的方程;

(2) 设点 $E(a, 0)$, 直线 PE 与抛物线 C 的另一个交点为 B , 且 $\vec{PE} = \mu \vec{EB}$. 若 $\lambda=4\mu$, 求 a 的值.

20. (12分)

2021年10月12日中华人民共和国主席习近平在《生物多样性公约》第十五次缔约方大会领导人峰会视频讲话中提出：“‘万物各得其和以生，各得其养以成。’生物多样性使地球充满生机，也是人类生存和发展的基础。保护生物多样性有助于维护地球家园，促进人类可持续发展。”中国大力推进生物多样性保护和恢复，完善政策法规，改善生态环境质量，划定生态保护红线，建立国家公园体系，实施长江十年禁渔，不断加大监管和执法力度，积极履行国际公约义务，全社会生物多样性保护意识不断增强，参与度不断提升，生物多样性下降势头得到基本控制，生态系统稳定性明显增强。某兴趣小组在开展昆虫研究时，设计了如下实验：在一个不透明的密封盒子中装有蝴蝶、蜜蜂等多种昆虫共 $2n$ ($n \geq 4, n \in \mathbf{N}$) 只。现在盒子上开一小孔，每次只能飞出一只昆虫，且任意一只昆虫都等可能地飞出。

(1) 若盒子中共有 8 只昆虫，从中任意飞出 2 只昆虫时，飞出的恰好有 1 只是蜜蜂的概率为 $\frac{4}{7}$ 。

① 求蜜蜂的只数；

② 从盒子中任意飞出 3 只昆虫，记飞出蜜蜂的只数为 X ，求随机变量 X 的分布列与期望 $E(X)$ ；

(2) 若盒子中的昆虫有一半是蝴蝶时，求“从盒子中任意飞出 2 只昆虫，至少有 1 只蝴蝶飞出”的概率最大值。

21. (12分)

已知函数 $f(x) = (2a-1)x - 2a \ln x - \frac{1}{x}, a \in \mathbf{R}$ 。

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 当 $\frac{1}{2} < a < 1$ 时，求证： $f(x) > \frac{2(a-1)(a^3+1)}{2a-1}$ 对 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = |\sin\theta| + |\cos\theta|$ 。

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程；

(2) 求曲线 C 围成的图形的面积。

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |2x+a|, g(x) = |2x-1|$ 。

(1) 当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)+g(x) \geq 4$ 的解集；

(2) 若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$ ，使得 $f(x_0) < 4-g(x_0+a)$ ，求 a 的取值范围。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜



自主选拔在线