

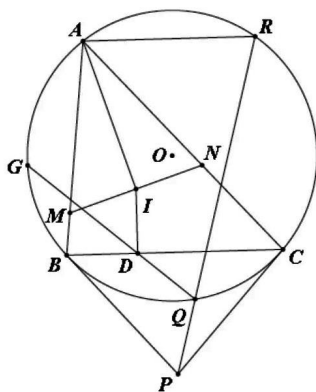
## 高一年级 第一天

2020年8月5日 下午1:30-5:30

1. 已知二次函数  $f(x) = a(3a + 2c)x^2 - 2b(2a + c)x + b^2 + (c + a)^2$  ( $a, b, c \in R$ ). 假设对于任意  $x \in R$  都有  $f(x) \leq 1$ , 求  $|ab|$  的最大值.

2. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB < AC$ ,  $PB$  和  $PC$  是  $\triangle ABC$  的外接圆  $O$  的切线.  $R$  是弧  $\widehat{AC}$  上的一个点,  $PR$  与圆  $O$  的另一个交点为  $Q$ .  $I$  是  $\triangle ABC$  的内心,  $ID \perp BC$  于点  $D$ ,  $QD$  与圆  $O$  的另一个交点为  $G$ . 过点  $I$  且与  $AI$  垂直的直线与  $AB, AC$  分别相交于点  $M, N$ .

证明: 若  $AR \parallel BC$ , 则  $A, G, M, N$  四点共圆.



3. 设多项式  $f(x) = x^{2020} + \sum_{i=0}^{2019} c_i x^i$ , 其中  $c_i \in \{-1, 0, 1\}$ . 记  $N$  为  $f(x) = 0$  正整数根的个数 (含重根). 若  $f(x) = 0$  无负整数根, 求  $N$  的最大值.

4. 设  $a_1, a_2, \dots, a_{17}$  是  $1, 2, \dots, 17$  的一个排列, 且满足  $(a_1 - a_2)(a_2 - a_3) \cdots (a_{16} - a_{17})(a_{17} - a_1) = n^{17}$ . 求正整数  $n$  的最大值.

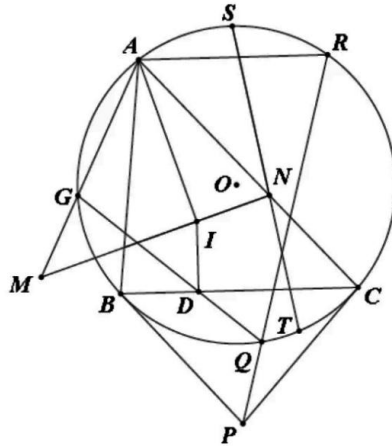
高二年级 第一天

2020年8月5日 下午1:30-5:30

1. 设 $a_1, a_2, \dots, a_{17}$ 是 $1, 2, \dots, 17$ 的一个排列, 且满足  
 $(a_1 - a_2)(a_2 - a_3) \cdots (a_{16} - a_{17})(a_{17} - a_1) = 2^n$ .  
 求正整数 $n$ 的最大值.

2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB < AC$ ,  $PB$ 和 $PC$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆 $O$ 的切线.  $R$ 是弧 $\widehat{AC}$ 上的一个点,  $PR$ 与圆 $O$ 的另一个交点为 $Q$ .  $I$ 是 $\triangle ABC$ 的内心,  $ID \perp BC$ 于点 $D$ .  $QD$ 与圆 $O$ 的另一个交点为 $G$ . 过点 $I$ 垂直 $AI$ 的直线与 $AG, AC$ 分别相交于点 $M, N$ .  $S$ 为弧 $\widehat{AR}$ 的中点, 直线 $SN$ 与圆 $O$ 的另一个交点为 $T$ .

证明: 若 $AR \parallel BC$ , 则 $M, B, T$ 三点共线.



3. 设多项式 $f(x) = x^{2020} + \sum_{i=0}^{2019} c_i x^i$ , 其中 $c_i \in \{-1, 0, 1\}$ . 记 $N$ 为 $f(x) = 0$ 正整数根的个数(含重根). 若 $f(x) = 0$ 无负整数根, 求 $N$ 的最大值.

4. 设 $a_n \geq a_{n-1} \geq \dots \geq a_1 \geq 0$ , 且 $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ .

证明: 对任意非负实数 $x_i, y_i (1 \leq i \leq n)$ , 有

$$\left( \sum_{i=1}^n a_i x_i - \prod_{i=1}^n x_i^{a_i} \right) \left( \sum_{i=1}^n a_i y_i - \prod_{i=1}^n y_i^{a_i} \right) \leq a_n^2 \left( n \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i} - \sum_{i=1}^n \sqrt{x_i} \sum_{i=1}^n \sqrt{y_i} \right)^2$$

## 关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

### 关注后获取更多资料：

回复“**答题模板**”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“**必背知识点**”，即可获取《高考考前必背知识点》