机密★启用前

华大新高考联盟2018届高三11月教学质量测评

理科数学

命题：华中师范大学考试研究院

成绩查询网址：huada. onlyets. com　　微信公众号成绩查询关注：ccnu-testing

本试题卷共4页，23题（含选考题）。全卷满分150分。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将答题卡上交。

第Ⅰ卷

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是满足题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|x<1\}$，$B=\{x|\log_3 x<0\}$，则 $A\cap B=$

A. A　　B. B　　C. $\mathbf{R}$　　D. $\varnothing$

2. 在区间$[0,1]$上随机取两个数 x,y，则事件“$x^2+y^2\leqslant 1$”发生的概率为

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi-2}{2}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{4-\pi}{4}$

3. 已知复数 z 满足 $(1+2i)z=4+3i$，则 $\bar{z}$ 的虚部是

A. -1　　B. $-i$　　C. 1　　D. i

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$S_3=3a_1+a_2$，则 $\frac{S_4}{S_2}=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

5. 已知函数 $f(x)=x+\sin x$，$x\in(-1,1)$，如果 $f(1-t)+f(2-t)<0$，则实数 t 的取值范围是

A. $t>\frac{3}{2}$　　B. $1<t<\frac{3}{2}$

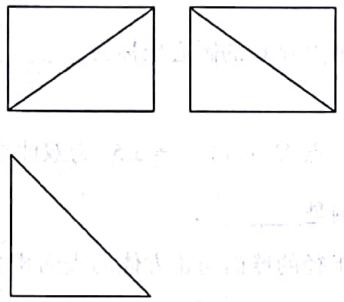
C. $\frac{3}{2}<t<2$　　D. $\frac{3}{2}<t<3$

6. $(x+3y)(2x-y)^5$ 的展开式中，x^2y^4 的系数为

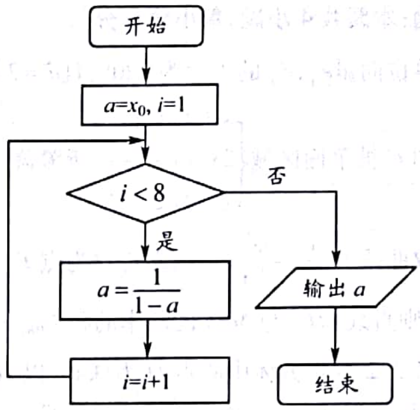
A. -110　　　B. -30　　　C. 50　　　D. 130

7. 某多面体的三视图如图所示,其中正视图和侧视图都是由长方形及其一条对角线组成,长方形的宽为3,俯视图为等腰直角三角形,直角边长为4,则该多面体的体积是

A. 8　　　B. 12　　　C. 16　　　D. 24



第7题图



第8题图

8. 执行如图所示的程序框图,若输出 a 的值为2,则图中的 $x_0=$

A. -1　　　B. $-\frac{1}{2}$　　　C. $\frac{1}{2}$　　　D. 2

9. 将函数 $f(x)=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$ 图象上所有的点向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象,则函数 $g(x)$ 具有的性质是

A. 图象的对称轴为 $x=\frac{\pi}{4}$

B. 在 $\left(-\frac{5\pi}{8},-\frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递减,且为偶函数

C. 在 $\left(-\frac{9\pi}{8},-\frac{7\pi}{8}\right)$ 上单调递增,且为奇函数

D. 图象的中心对称点是 $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$

10. 已知定点 $P(2,0)$ 及抛物线 $C:y^2=2x$,过点 P 作直线 l 与 C 交于 A,B 两点,设抛物线 C 的焦点为点 F,则 $\triangle ABF$ 面积的最小值为

A. 2　　　B. 3　　　C. 4　　　D. 5

11. 设 x,y,z 为正实数,且 $\log_2 x=\log_3 y=\log_5 z>0$,则 $\frac{x}{2},\frac{y}{3},\frac{z}{5}$ 的大小关系不可能是

A. $\frac{x}{2}<\frac{y}{3}<\frac{z}{5}$　　　B. $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}$

C. $\frac{z}{5}<\frac{y}{3}<\frac{x}{2}$　　　D. $\frac{y}{3}<\frac{x}{2}<\frac{z}{5}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $\sqrt{a_n}=\frac{n-1}{n}\sqrt{a_{n-1}}$,且 $a_nb_n=\cos\frac{2n\pi}{3}$,则数列 $\{b_n\}$ 的前59项和为

A. -1840　　　B. -1760　　　C. 1760　　　D. 1840

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题 ~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22 题 ~23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分

13. 已知单位向量$\vec{e}_1,\vec{e}_2$的夹角为 120°,且$\vec{a}=2\vec{e}_1-\vec{e}_2,\vec{b}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2$,则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$________.

14. 已知圆 C 被平面区域$\begin{cases}x+2y\leqslant 1,\\2x+y\geqslant -1,\\x-2y\leqslant -2\end{cases}$所覆盖,则满足条件的最大圆 C 的圆心坐标为________.

15. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的左焦点为点 F_1,右焦点为点 F_2,点 $M(x,y)(x\neq\pm 5)$为双曲线 C 上一动点,则直线 MF_1 与 MF_2 的斜率的积 $k_{MF_1}\cdot k_{MF_2}$的取值范围是________.

16. 以棱长为 2 的正方体中心点 O 为球心,以 $r(1<r<\sqrt{3})$为半径的球面与正方体的表面相交得到若干个圆(或圆弧)的总长度的取值范围是________.

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(本小题满分 12 分)

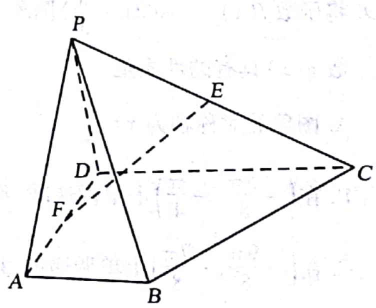
$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $a^2+c^2+\sqrt{2}ac=b^2,\sqrt{5}\sin A+\cos B=0$.

(1)求 $\cos C$;

(2)若$\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{5}{2}$,求 b.

18.(本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,四边形 $ABCD$ 为直角梯形,$AB/\!/CD$,且 $CD=2AB=2AD,AB\perp AD,PA=PD$,点 E 为 PC 的中点,点 F 为 AD 的中点.



(1)证明:$EF/\!/$平面 PAB;

(2)若 $PE=PF=EF$, 求二面角 $B-EF-C$ 的余弦值.

19.(本小题满分 12 分)

某种子公司对一种新品种的种子的发芽多少与昼夜温差之间的关系进行分析研究,以便选择最合适的种植条件. 他们分别记录了 10 块试验地每天的昼夜温差和每块实验地里 50 颗种子的发芽数,得到如下资料:

试验地编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
温差 x(℃)	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
发芽数 y(颗)	14	18	21	24	28	30	26	23	20	15

(1)从上述十组试验数据来看,是否可以判断昼夜温差与发芽数之间具有相关关系?是否具有线性相关关系?

(2)若在一定温度范围内,昼夜温差与发芽数近似满足相关关系:$y=\hat{b}z+\hat{a}$(其中 $z=(x-12)^2$). 取

后五组数据，利用最小二乘法求出线性回归方程 $y=\hat{b}z+\hat{a}$（精确到0.01）；

（3）利用（2）的结论，若发芽数试验值与预测值差的绝对值不超过3个就认为正常，否则认为不正常. 从上述十组试验中任取三组，至少有两组正常的概率是多少？

附：回归直线方程 $y=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2},\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}.$$

20.（本小题满分12分）

已知锐角 $\triangle ABC$ 的一条边 AB 的长为4，并且 $\tan A\tan B=\frac{1}{4}$，以直线 AB 为 x 轴，线段 AB 的垂直平分线为 y 轴建立平面直角坐标系.

（1）试求顶点 C 的轨迹方程；

（2）设直线 $l:y=kx-\frac{3}{5}\left(k\neq\pm\frac{3}{10}\right)$ 与顶点 C 的轨迹相交与两点 M,N，以 MN 为直径的圆恒过 y 轴上一个定点 P，求点 P 的坐标.

21.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=e^x-mx^2-x$（e为自然对数的底数）.

（1）若 $m=0$，求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若 $m=1$，求 $f(x)$ 的极大值；

（3）若 $0\leqslant m\leqslant\frac{1}{2}$，指出 $f(x)$ 的零点个数.

请考生在第22，23题中任选一题作答，如果多做，则按照所做的第一题计分。

22.（本小题满分10分）选修4－4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 经过点 $P(1,0)$，倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$. 以坐标原点 O 为极点，以 x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$.

（1）写出直线 l 的参数方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）设直线 l 与曲线 C 相交于 A,B 两点，求 $|PA|+|PB|$ 的值.

23.（本小题满分10分）选修4－5：不等式选讲

设函数 $f(x)=|x+t|$.

（1）若 $f(1)\geqslant 2t-1$，求实数 t 的取值范围；

（2）证明：$\frac{2\sqrt{a}}{a+1}\leqslant f(0)+f(-1)$.

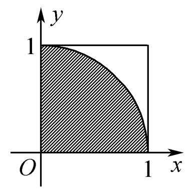
华大新高考联盟2018届高三11月教学质量测评

理科数学参考答案和评分标准

一、选择题

1. B 【解析】$A=\{x|x<1\}$,$B=\{x|\log_3 x<0\}=\{x|0<x<1\}$,$A\cap B=B$.

2. A 【解析】由题意可知,数对(x,y)在如图所示的正方形内,而满足"$x^2+y^2\leqslant 1$"的数对在阴影部分内. 由几何概型求概率的公式,得 $P=\dfrac{\frac{1}{4}\times\pi\times 1^2}{1^2}=\dfrac{\pi}{4}$.



3. C 【解析】$z=\dfrac{4+3i}{1+2i}=\dfrac{(4+3i)(1-2i)}{5}=2-i$,$\bar{z}=2+i$　则 $\bar{z}$ 的虚部是1.

4. B 【解析】设$\{a_n\}$的公比为 q. 由 $S_3=3a_1+a_2$,得 $a_3=2a_1$,

$\therefore q^2=\dfrac{a_3}{a_1}=2$,$\therefore \dfrac{S_4}{S_2}=\dfrac{\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^2)}{1-q}}=1+q^2=1+2=3$.

5. C 【解析】$\because f(x)=x+\sin x$ 在$(-1,1)$是单调递增的奇函数,

$\therefore f(1-t)<-f(2-t)=f(t-2)$,

$\therefore \begin{cases}1-t<t-2,\\ -1<1-t<1,\\ -1<t-2<1,\end{cases}$　　$\therefore \dfrac{3}{2}<t<2$.

6. A 【解析】$\because (2x-y)^5$的展开式中 xy^4的系数为 $C_5^4\cdot 2^1\cdot(-1)^4$,$x^2y^3$的系数为 $C_5^3\cdot 2^2\cdot(-1)^3$,

$\therefore (x+3y)(2x-y)^5$的展开式中 x^2y^4的系数为 $C_5^4\cdot 2^1\cdot(-1)^4+3C_5^3\cdot 2^2\cdot(-1)^3=10-120=-110$.

7. C 【解析】几何体为四棱锥 $V=\dfrac{1}{3}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}=16$(或 $V=\dfrac{2}{3}V_{\text{三棱柱}}=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot 3=16$).

8. C 【解析】初始值:$a=x_0$,$i=1$.

第一次循环:$a=\dfrac{1}{1-x_0}$,$i=2$;

第二次循环:$a=\dfrac{1}{1-\frac{1}{1-x_0}}=\dfrac{x_0-1}{x_0}$,$i=3$;

第三次循环:$a=\dfrac{1}{1-\frac{x_0-1}{x_0}}=x_0$,$i=4$;

……

由此可知,a 的值呈周期变化,其周期为3.

当 $i=8$ 时,退出循环,输出 $a=\dfrac{1}{1-x_0}$.

令$\dfrac{1}{1-x_0}=2$,解得 $x_0=\dfrac{1}{2}$. 故选 C.

9. C 【解析】由题意 $g(x)=\cos 2\left(x+\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{5\pi}{12}\right)$,$g(x)=\sin 2x$.

对称轴 $2x=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$，A 不正确.

当 $x\in\left(-\frac{5\pi}{8},-\frac{\pi}{4}\right)$，$2x\in\left(-\frac{5\pi}{4},-\frac{\pi}{2}\right)$，$g(x)$ 单调递减，但为奇函数，B 不正确.

当 $x\in\left(-\frac{9\pi}{8},-\frac{7\pi}{8}\right)$，$2x\in\left(-\frac{9\pi}{4},-\frac{7\pi}{4}\right)$，$g(x)$ 单调递增，为奇函数，C 正确.

对称点 $\left(\frac{k\pi}{2},0\right)(k\in\mathbf{Z})$，图象关于点 $\left(\frac{k\pi}{2},0\right)(k\in\mathbf{Z})$ 对称，D 不正确.

10. B 【解析】易知 $F\left(\frac{1}{2},0\right)$，可设 $l:x=ty+2$，代入抛物线 C 的方程得 $y^2-2ty-4=0$，

$|y_A-y_B|=\sqrt{\Delta}=\sqrt{4(t^2+4)}=2\sqrt{t^2+4}$，$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}|PF|\cdot|y_A-y_B|=\frac{1}{2}\cdot\left(2-\frac{1}{2}\right)\cdot 2\sqrt{t^2+4}=\frac{3}{2}\sqrt{t^2+4}\geqslant 3$.

11. D 【解析】$\log_2 x=\log_3 y=\log_5 z=t>0$，$\frac{x}{2}=2^{t-1}$，$\frac{y}{3}=3^{t-1}$，$\frac{z}{5}=5^{t-1}$，

当 $t=1$ 时，$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=1$，此时 B 成立；

当 $t>1$ 时，则 $1<\frac{x}{2}<\frac{y}{3}<\frac{z}{5}$，此时 A 成立；

当 $0<t<1$ 时，$\frac{z}{5}<\frac{y}{3}<\frac{x}{2}$，此时 C 成立.

所以，不成立的是 D.

12. B 【解析】由 $\sqrt{a_n}=\frac{n-1}{n}\sqrt{a_{n-1}}$，得 $n\sqrt{a_n}=(n-1)\sqrt{a_{n-1}}$，

$\therefore \{n\sqrt{a_n}\}$ 是一个常数列，$\therefore n\sqrt{a_n}=1\cdot\sqrt{a_1}=1$，

$\therefore a_n=\frac{1}{n^2}$. 由 $a_nb_n=\cos\frac{2n\pi}{3}$，得 $b_n=n^2\cos\frac{2n\pi}{3}$，而 $y=\cos\frac{2n\pi}{3}$ 的最小正周期为 3，

$\therefore b_{3k-2}+b_{3k-1}+b_{3k}=-\frac{(3k-2)^2+(3k-1)^2}{2}+(3k)^2=9k-\frac{5}{2}$，

$\therefore$ 数列 $\{b_n\}$ 的前 59 项和 $S_{59}=(b_1+b_2+b_3)+(b_4+b_5+b_6)+\cdots+(b_{58}+b_{59}+b_{60})-b_{60}=9\times(1+2+\cdots+20)-\frac{5}{2}\times 20-60^2=9\times\frac{20\times(1+20)}{2}-50-3600=-1760$. 故选 B.

二、填空题

13. $\sqrt{21}$ 【解析】$\because |\vec{a}+2\vec{b}|^2=|4\vec{e}_1+5\vec{e}_2|^2$，$\therefore |\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{21}$.

14. $\left(-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$ 【解析】最大的圆 C 就是在平面区域 $\begin{cases}x+2y\leqslant 1,\\2x+y\geqslant -1,\\x-2y\leqslant -2\end{cases}$ 内且与围成平面区域所构成的三角形相内切的圆，由题知圆 C 的圆心在直线 $x+y=0$ 上，设圆心坐标为 $C(a,-a)$，$-1<a<-\frac{2}{3}$，

$\frac{|a+1|}{\sqrt{5}}=\frac{|3a+2|}{\sqrt{5}}$，$\frac{a+1}{\sqrt{5}}=-\frac{3a+2}{\sqrt{5}}$，$a=-\frac{3}{4}$，

故圆 C 的圆心坐标为 $\left(-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$.

15. $(-\infty,0]\cup\left(\frac{16}{9},+\infty\right)$ 【解析】$\because k_{MF_1}\cdot k_{MF_2}=\frac{y}{x+5}\cdot\frac{y}{x-5}=\frac{\frac{16}{9}(x^2-9)}{x^2-25}=\frac{16}{9}\left(1+\frac{16}{x^2-25}\right)$,

$\because x^2\geqslant 9$, $\therefore \frac{16}{x^2-25}>0$ 或$\frac{16}{x^2-25}\leqslant -1$,故 $k_{MF_1}\cdot k_{MF_2}=\frac{16}{9}\left(1+\frac{16}{x^2-25}\right)>\frac{16}{9}$或$\leqslant 0$.

16. $(0,12\pi]$ 【解析】当 $1<r\leqslant\sqrt{2}$ 时,交线为 6 个圆且半径均为 $\sqrt{r^2-1}$,总弧长最大为 12π;

当$\sqrt{2}<r<\sqrt{3}$时,交线为 24 段相等的弧,设每段弧所对的圆心角为 $2\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$.

$\cos\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=\frac{1}{\sqrt{r^2-1}}$,即 $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=\frac{1}{\sqrt{r^2-1}}$,则 $\sqrt{r^2-1}\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=1$,

记 $R=\sqrt{r^2-1}\in(1,\sqrt{2})$, 总弧长为 $L=24R\cdot 2\theta=48\cdot\frac{\theta}{\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)}$,

$L'=48\cdot\frac{\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\left[\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)-\theta\right]}{\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)}>0\left(\because \tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)>1>\frac{\pi}{4}>\theta>0\right)$,$\therefore L<12\pi$.

三、解答题

17. (1)由 $a^2+c^2+\sqrt{2}ac=b^2$,得 $a^2+c^2-b^2=-\sqrt{2}ac$,

$\therefore \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{-\sqrt{2}ac}{2ac}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\because 0<B<\pi$, $\therefore B=\frac{3\pi}{4}$. …………………………………………………………… (2 分)

由$\sqrt{5}\sin A+\cos B=0$,得 $\sin A=-\frac{\sqrt{5}}{5}\cos B=-\frac{\sqrt{5}}{5}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\sqrt{10}}{10}$,

$\therefore \cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^2}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

$\therefore \cos C=\cos\left(\frac{\pi}{4}-A\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos A+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{3\sqrt{10}}{10}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. ………… (6 分)

(2)由(1),得 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

由 $S=\frac{1}{2}ac\sin B$ 及题设条件,得$\frac{1}{2}ac\sin\frac{3\pi}{4}=\frac{5}{2}$, $\therefore ac=5\sqrt{2}$. ………………………… (8 分)

由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$,得$\frac{a}{\frac{\sqrt{10}}{10}}=\frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{c}{\frac{\sqrt{5}}{5}}$,

$\therefore b^2=\frac{5\sqrt{2}}{2}ac=\frac{5\sqrt{2}}{2}\times 5\sqrt{2}=25$,

$\therefore b=5$. ……………………………………………………………………………… (12 分)

18. (1)证明:设 BC 中点为点 G,连接 FG,EG,易知 $FG/\!/AB,EG/\!/PB$, …………………… (3 分)

所以 $FG/\!/$平面 PAB,$EG/\!/$平面 PAB,则平面 $EFG/\!/$平面 PAB,

所以 $EF/\!/$平面 PAB; ……………………………………………………………… (6 分)

(2)解:$\because PA=PD$,点 F 为 AD 中点,$\therefore PF\perp AD$. 又在$\triangle PFC$ 中,点 E 为 PC 的中点,$PE=PF=EF$,

$\therefore PF\perp FC$，$\therefore PF\perp$ 平面 ABC，且 $FC=\sqrt{3}PF$. 不妨设 $AB=2$，则 $DC=4$，$FD=1$，

$\therefore FC=\sqrt{17}$，$PF=\dfrac{\sqrt{51}}{3}$，

以点 F 为原点，FA，FG，FP 分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，$B(1,2,0)$，$E\left(-\dfrac{1}{2},2,\dfrac{\sqrt{51}}{6}\right)$，

易知平面 EFC 的法向量为 $\vec{n}_0=(4,1,0)$，…………………………………………………………（8 分）

设平面 BEF 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases} x+2y=0, \\ -\dfrac{1}{2}x+2y+\dfrac{\sqrt{51}}{6}z=0, \end{cases}$

取 $z=1$，$\vec{n}=\left(\dfrac{\sqrt{51}}{9},-\dfrac{\sqrt{51}}{18},1\right)$…………………………………………………………（10 分）

$$\cos<\vec{n}_0,\vec{n}>=\frac{4\cdot\dfrac{\sqrt{51}}{9}+1\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{51}}{18}\right)+0\cdot 1}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{51}}{9}\right)^2+\left(-\dfrac{\sqrt{51}}{18}\right)^2+1}}=\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{255+324}}=\frac{7\sqrt{193}}{193},$$

二面角 $B-EF-C$ 的余弦值为 $\dfrac{7\sqrt{193}}{193}$. …………………………………………………………（12 分）

19.（1）可以判断昼夜温差与发芽数之间具有相关关系，…………………………………………（2 分）

不具有线性相关关系；…………………………………………………………………………（4 分）

（2）

z	0	1	4	9	16
y	30	26	23	20	15

$$\bar{z}=6,\bar{y}=22.8,\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}z_iy_i-n\bar{z}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}z_i^2-n\bar{z}^2}=\frac{538-684}{354-180}\approx-0.84,$$

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{z}=22.8-(-0.84)\times 6=27.84$，$\hat{y}=-0.84z+27.84$. ……………………（8 分）

（3）

试验地编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
温差 x(℃)	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
发芽数 y(颗)	14	18	21	24	28	30	26	23	20	15
预测 $\hat{y}$	6.84	14.4	20.28	24.48	27	27.84	27	24.48	20.28	14.4

十组数据中有两组不正常，

$P=1-\dfrac{C_8^1C_2^2}{C_{10}^3}=\dfrac{14}{15}$（或 $P=\dfrac{C_8^3+C_8^2C_2^1}{C_{10}^3}=\dfrac{56+56}{120}=\dfrac{14}{15}$）. ……………………………………（12 分）

20.（1）由题意，不妨设 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，设 $C(x,y)$，$\dfrac{y}{x+2}\cdot\dfrac{y}{x-2}=-\dfrac{1}{4}$，

化简得 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1(y\neq 0)$. ……………………………………………………………（4 分）

（2）设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，$P(0,t)$，

将直线 $l:y=kx-\dfrac{3}{5}\left(k\neq\pm\dfrac{3}{10}\right)$ 方程代入 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1(y\neq 0)$ 得

$(1+4k^2)x^2-\dfrac{24}{5}kx-\dfrac{64}{25}=0$，$\Delta=\dfrac{576}{25}+\dfrac{256}{25}(1+4k^2)>0$，

$x_1+x_2=\dfrac{24k}{5(1+4k^2)}, x_1x_2=-\dfrac{64}{25(1+4k^2)}$, …………………………………………………………（6 分）

$\therefore \dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=-\dfrac{15k}{8}$. ……………………………………………………………………………（8 分）

$$\frac{y_1-t}{x_1}\cdot\frac{y_2-t}{x_2}=\frac{\left(kx_1-\frac{3}{5}-t\right)\left(kx_2-\frac{3}{5}-t\right)}{x_1x_2}=\frac{k^2x_1x_2-\left(\frac{3}{5}+t\right)(kx_2+kx_1)+\left(\frac{3}{5}+t\right)^2}{x_1x_2}$$

$$=k^2+\left(t+\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{15k^2}{8}-\frac{25(1+4k^2)}{64}\left(t+\frac{3}{5}\right)^2=\left[-\frac{25}{16}\left(t+\frac{3}{5}\right)^2+\frac{15}{8}\left(t+\frac{3}{5}\right)+1\right]k^2$$

$-\dfrac{25}{64}\left(t+\dfrac{3}{5}\right)^2=-1$. ………………………………………………………………………（10 分）

$\therefore \begin{cases}\dfrac{25}{64}\left(t+\dfrac{3}{5}\right)^2=1,\\ -\dfrac{25}{16}\left(t+\dfrac{3}{5}\right)^2+\dfrac{15}{8}\left(t+\dfrac{3}{5}\right)+1=0,\end{cases}$ 解得 $t=1$. ……………………………………（12 分）

21.（1）$m=0$ 时，则 $f(x)=e^x-x$，$\therefore f'(x)=e^x-1$. $x>0$ 时，$f'(x)>0$；$x<0$ 时，$f'(x)<0$，

$\therefore f(x)$ 的单调增区间为 $(0,+\infty)$，$f(x)$ 的单调减区间为 $(-\infty,0)$. ……………………（3 分）

（2）$m=1$ 时，$f(x)=e^x-x^2-x$，$f'(x)=e^x-2x-1$，设 $g(x)=e^x-2x-1$.

$g'(x)=e^x-2$，$\therefore g(x)$ 在 $(-\infty,\ln2)$ 上单调递减，在 $(\ln2,+\infty)$ 上单调递增，且 $g(\ln2)<0$，

又 $g(0)=0$，$\therefore f(x)$ 的极大值为 $f(0)=1$. ……………………………………………………（6 分）

（3）当 $m=0$ 时，$\because e^x\geqslant x+1$，$\therefore f(x)=e^x-x>0$，此时 $f(x)$ 的零点个数为 0. ………………（7 分）

当 $0<m\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，$f'(x)=e^x-2mx-1$.

若 $x\geqslant0$，$f'(x)=e^x-2mx-1\geqslant e^x-x-1\geqslant0$，$f(0)=1>0$，$f(x)=0$ 无解；……………（9 分）

若 $x<0$，$f(x)=e^x-mx^2-x=0$，即 $e^x=mx^2+x$，在 $\left(-\dfrac{1}{m},0\right)$ 上 $e^x>0>mx^2+x$，

在 $\left(-\infty,-\dfrac{1}{m}\right)$ 上 $y=e^x$ 单调递增，$y=mx^2+x$ 单调递减，且 $x\to-\infty$ 时，$e^x\to0$，$mx^2+x\to+\infty$，

$\therefore f(x)=0$ 有且仅有一解.

$\therefore$ 当 $0<m\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 的零点个数为 1. ……………………………………………………（11 分）

综上可得，$m=0$ 时，$f(x)$ 的零点个数为 0；当 $0<m\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 的零点个数为 1. ……（12 分）

22.（1）l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\dfrac{\pi}{6},\\ y=t\sin\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$（$t$ 为参数），即 $\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt3}{2}t,\\ y=\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）. ……（2 分）

由 $\rho=4\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$，得 $\rho=2\cos\theta-2\sqrt3\sin\theta$，$\therefore \rho^2=2\rho\cos\theta-2\sqrt3\rho\sin\theta$，

从而有 $x^2+y^2-2x+2\sqrt3y=0$，

$\therefore C$ 的直角坐标方程为 $(x-1)^2+(y+\sqrt3)^2=4$. ………………………………………………（5 分）

（2）将 l 的参数方程代入 C 的直角坐标方程，得 $\left(\dfrac{\sqrt3}{2}t\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}t+\sqrt3\right)^2=4$，

整理，得 $t^2+\sqrt3t-1=0$.

此时 $\Delta=(\sqrt{3})^2-4\times1\times(-1)=7>0$. ……………………………………………………（7 分）

设 A,B 两点对应的参数分别为 t_1,t_2，则 $t_1+t_2=-\sqrt{3}$，$t_1t_2=-1$，

$\therefore |PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}$

$=\sqrt{(-\sqrt{3})^2-4\times(-1)}=\sqrt{7}$. ……………………………………………（10 分）

23.（1）由 $f(1)\geqslant 2t-1$，得 $|1+t|\geqslant 2t-1$，

当 $t\leqslant -1$ 时，$\therefore -(1+t)\geqslant 2t-1$，解得 $t\leqslant 0$，此时 $t\leqslant -1$；……………………………（2 分）

当 $t>-1$ 时，$\therefore 1+t\geqslant 2t-1$，解得 $t\leqslant 2$，此时 $-1<t\leqslant 2$. ……………………………（4 分）

综上，t 的取值范围是 $(-\infty,2]$. ……………………………………………………（5 分）

（2）显然 $a\geqslant 0$. 当 $a=0$ 时，$\dfrac{2\sqrt{a}}{a+1}=0$；

当 $a>0$ 时，$\dfrac{2\sqrt{a}}{a+1}=\dfrac{2}{\sqrt{a}+\dfrac{1}{\sqrt{a}}}\leqslant\dfrac{2}{2\sqrt{\sqrt{a}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{a}}}}=1$，当且仅当 $\sqrt{a}=\dfrac{1}{\sqrt{a}}$，即 $a=1$ 时，等号成立.

$\therefore 0\leqslant\dfrac{2\sqrt{a}}{a+1}\leqslant 1$. ……………………………………………………（7 分）

而 $f(0)+f(-1)=|t|+|-1+t|\geqslant|t-(-1+t)|=1$. ……………………………………（9 分）

$\therefore \dfrac{2\sqrt{a}}{a+1}\leqslant f(0)+f(-1)$. ……………………………………………（10 分）