

机密★启用前

华大新高考联盟 2019 届高三 4 月教学质量测评

文科数学

命题：华中师范大学考试研究院

本试题卷共 4 页，23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将答题卡上交。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是满足题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | -2 < x < 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cup B$ 的子集个数是
A. 4 B. 8 C. 16 D. 32
2. 设 i 是虚数单位，且复数 $z = (1 - ai)(3 + 2i)$ 的实部与虚部互为相反数，其中 a 为实数，则 $a =$
A. 5 B. -5 C. 3 D. -3
3. 函数 $f(x) = (x^2 - x)e^x$ 在切点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是
A. $ex + y + e = 0$ B. $ex - y + e = 0$
C. $ex + y - e = 0$ D. $ex - y - e = 0$
4. 对某网店一周内每天的订单数进行了统计，得到样本的茎叶图(如图所示)，若已知该周内的平均订单是 32 个，则该周内的订单数的方差是
A. $\frac{908}{7}$ B. $\frac{909}{7}$ C. 130 D. $\frac{911}{7}$
5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_{10} + a_{16} = 15$ ，则 $2^{10} =$
A. 8 B. 16 C. 32 D. 64
6. 甲、乙、丙、丁四人商量是否参加研学活动。甲说：“乙去我就肯定去。”；乙说：“丙去我就不去。”；丙说：“无论丁去不去，我都去。”；丁说：“甲乙中至少有一人去，我就去。”
以下哪项推论可能是正确的
A. 乙、丙两个人去了 B. 甲一个人去了
C. 甲、丙、丁三个人去了 D. 四个人都去了
7. 若抛物线 $y^2 = -2px (p > 0)$ 的准线与圆 $(x - 8)^2 + y^2 = 81$ 的直径垂直，且交点为直径的三等分点，则 $p =$
A. 10 B. 12 C. 10 或 22 D. 12 或 24

文科数学试题 第 1 页(共 4 页)

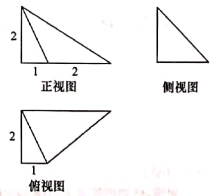
版权声明：本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物，版权所有，盗版必究。

8. 我国古代数学名著《九章算术》中将正四棱锥称为方锥。已知半径为 R 的半球内有一个方锥，方锥的所有顶点都在半球所在球的球面上，方锥的底面与半球的底面重合，若方锥的体积为 $\frac{16}{3}$ ，则半球的表面积为

- A. 4π B. 8π C. 12π D. 16π

9. 一个几何体的三视图如图所示，则它的体积为

- A. 8 B. $\frac{8}{3}$
C. $\frac{16}{3}$ D. 16



10. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - 2y - 2 \leq 0, \\ y \leq 4, \\ 2x + y - 2 \geq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z = (x + 1)^2 + (y - 2)^2$ 的取值范围是

- A. $[\frac{4}{5}, \frac{205}{9}]$ B. $[\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{205}{9}]$
C. $[2, \frac{205}{9}]$ D. $[\frac{4}{5}, \frac{313}{49}]$

11. 已知以双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的实轴、虚轴为两条对角线的四边形的面积为 16，且双曲线的两条渐近线将坐标平面四等分，则该双曲线的方程为

- A. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$ B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$
C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{16} = 1$

12. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数，且 $f(x - 2)$ 是偶函数，给出下列结论：

- ① $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称
 - ② $y = f(x)$ 的图象关于点 $(-4, 0)$ 对称
 - ③ $f(x)$ 是周期为 4 的函数
- 其中正确结论的个数是
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分。

13. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -2, \\ x - 2, & x \geq -2, \end{cases}$ 则 $f(f(-1)) =$ _____.
14. 已知向量 $a = (-4, 3)$, $b = (2, m)$ ，且向量 b 在 a 方向上的投影为 $\frac{4}{5}$ ，则实数 m 的值为_____.
15. 已知数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 是等比数列， $a_2 = 1, a_4 = \frac{1}{2}$ ，则 $a_6 =$ _____.
16. 若 $f(x) = 2\cos(2x + \varphi) (\varphi > 0)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称，且当 φ 取最小值时， $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，都使得 $f(x) \geq \ln a$ 恒成立，则 a 的取值范围是_____.

文科数学试题 第 2 页(共 4 页)

版权声明：本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物，版权所有，盗版必究。

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $\frac{a\cos B + b\cos A + 2c\cos A\cos B}{2} = c\sin A\sin B$.

(I)求角 C 的值;

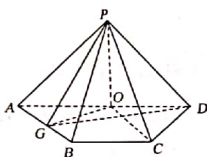
(II)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, $c=2\sqrt{3}$,求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12分)

如图,已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为直角梯形,平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD \perp CD$,且 $AD=2BC=2CD=4$, $PA=PD=2\sqrt{2}$, AD, AB 的中点分别是 O, G .

(I)求证: $GO \perp$ 平面 POC ;

(II)求点 O 到平面 PDG 的距离.



19. (12分)

某中学高三(3)班全班50人参加了高考前的数学模拟测试,每名学生在规定的2个小时内做一套高三模拟卷,现抽取10位学生的成绩,分为甲、乙两组,其分数如下表:

	1号	2号	3号	4号	5号
甲组	64	72	86	98	120
乙组	60	76	90	92	122

(I)分别求出甲、乙两组学生考试所得分数的平均数及方差,并由此分析两组学生的成绩水平;

(II)试估计全班有多少人及格(90分及以上为及格);

(III)从该班甲、乙两组中各随机抽取1名学生,对其考试成绩进行抽查,求两人考试分数之和大于等于180的概率.

20. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $P(2, 1)$,且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I)求椭圆的标准方程;

(II)设 O 为坐标原点,在椭圆短轴上(不含原点)有两点 M, N 满足 $OM=NO$,直线 PM, PN 分别交椭圆于 A, B 两点,探求直线 AB 是否过定点? 如果经过定点,请求出定点的坐标;如果不过定点,请说明理由.

21. (12分)

设函数 $f(x) = xe^x - x, g(x) = \ln x + 1$.

(I)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II)证明:不等式 $f(x) \geq g(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上恒成立.

请考生在第22、23两题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系中,已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t, \\ y=4-\sqrt{3}t \end{cases}$ (t 是参数),以原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴,建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$.

(I)求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程;

(II)设点 M 在曲线 C 上,曲线 C 在点 M 处的切线与直线 l 垂直,求点 M 的直角坐标.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |2x+1| + |x-4|$.

(I)解不等式 $f(x) \leq 10$;

(II)若不等式 $f(x) + |x-4| < a^2 - 8a$ 的解集不是空集,求实数 a 的取值范围.