成都七中 2021～2022 学年度（上）高三年级半期考试

数 学 试 卷（文科）

（试卷总分:150 分,考试时间:120 分钟）

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

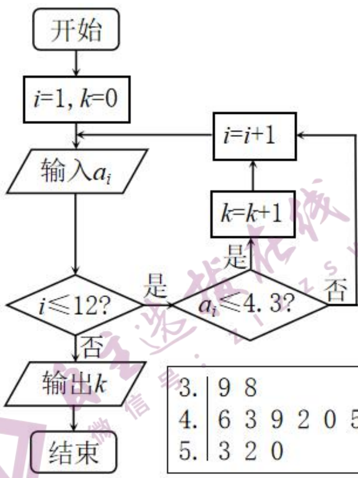
1. 设全集 $U=\{0,1,2,3,4,5,6\}$,集合 $A=\{1,2,4\}$,$B=\{1,3,5\}$,则 $A\cap(\complement_U B)=$(　　)

A. $\{0,6\}$　　B. $\{1,4\}$　　C. $\{2,4\}$　　D. $\{3,5\}$

2. 复数 $z=\dfrac{4-3\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$(其中 i 为虚数单位)的虚部为(　　)

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

3. 青少年视力被社会普遍关注,为了解他们的视力状况,经统计得到图中右下角 12 名青少年的视力测量值 a_i(i=1, 2, 3, …, 12)(五分记录法)的茎叶图,其中茎表示个位数,叶表示十分位数. 如果执行右图所示的算法程序,那么输出的结果是(　　)



3.	9 8
4.	6 3 9 2 0 5 8
5.	3 2 0

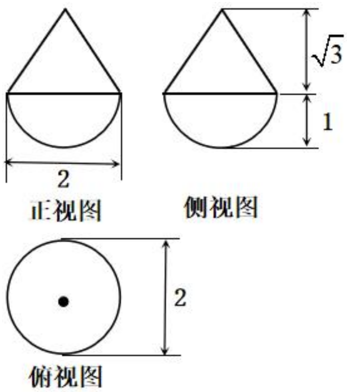
A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

4. 抛物线 $y^2=2px(p\neq 0)$ 上的一点 $P(-9,12)$ 到其焦点 F 的距离 $|PF|$ 等于(　　)

A. 17　　B. 15　　C. 13　　D. 11

5. 奥运会跳水比赛中共有 7 名评委给出某选手原始评分,在评定该选手的成绩时,去掉其中一个最高分和一个最低分,得到 5 个有效评分,则与 7 个原始评分(不全相同)相比,一定会变小的数字特征是(　　)

A. 众数　　B. 方差　　C. 中位数　　D. 平均数



6. 已知一个几何体的三视图如右,则它的表面积为(　　)

A. 3π　　B. 4π　　C. 5π　　D. 6π

7. 设平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 120°,且 $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$,则 $\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=$(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

8. 设 x, y 满足 $\begin{cases} x+2y-4\le 0 \\ 2x-y+2\le 0 \\ 3x+y+3\ge 0 \end{cases}$, 则 $2x+y$ 的最大值是(　　)

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

9. “α为第二象限角”是“$\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha>1$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

10. 已知直线 $ax+by-1=0(a>0, b>0)$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相切, 则 $\log_2 a+\log_2 b$ 的最大值为(　　)

A. 3　　B. 2　　C. -2　　D. -3

11. 关于函数 $f(x)=\tan(2x+\frac{\pi}{6})$ 的叙述中, 正确的有(　　)

① $f(x)$ 的最小正周期为π;　　② $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6})$ 内单调递增;

③ $f(x+\frac{\pi}{6})$ 是偶函数;　　④ $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{6},0)$ 对称.

A. ①②　　B. ②③　　C. ②④　　D. ③④

12. 攒尖在中国古建筑(如宫殿、坛庙、园林等)中大量存在, 攒尖式建筑的屋面在顶部交汇成宝顶, 使整个屋顶呈棱锥或圆锥形状. 始建于 1752 年的廓如亭(位于北京颐和园内, 如图)是全国最大的攒尖亭宇, 八角重檐, 蔚为壮观. 其檐平面呈正八边形, 上檐边长为 a, 宝顶到上檐平面的距离为 h, 则上檐攒尖的体积为(　　)

A. $\dfrac{2(\sqrt{2}-1)a^2h}{3}$　　B. $\dfrac{(\sqrt{2}+1)a^2h}{3}$

C. $\dfrac{4(\sqrt{2}-1)a^2h}{3}$　　D. $\dfrac{2(\sqrt{2}+1)a^2h}{3}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 命题“$\exists x\in \mathrm{N}, 2^x<x^2$”的否定是__________.

14. 函数 $f(x)=\sqrt{x}-\ln x$ 在 $x=1$ 处的切线方程为__________. (要求写一般式方程)

15. 已知双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2, 且两条渐近线互相垂直, 若 C 上一点 P 满足 $|PF_1|=3|PF_2|$, 则 $\angle F_1PF_2$ 的余弦值为__________.

16. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(x, m)$, $\boldsymbol{b}=(3x-2, x+2)$.

(1) 若当 $x=2$ 时, $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$, 则实数 m 的值为__________; (2 分)

(2) 若存在正数 x, 使得 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$, 则实数 m 的取值范围是__________. (3 分)

三、**解答题**:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个题目考生都必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(12 分)某企业有甲、乙两条生产线,其产量之比为 4:1.现从两条生产线上按分层抽样的方法得到一个样本,其部分统计数据如右表(单位:件),且每件产品都有各自生产线的标记.

产品件数	一等品	二等品	总计
甲生产线		2	
乙生产线	7		
总计			50

(1)请将 2×2 列联表补充完整,并根据独立性检验估计:大约有多大把握认为产品的等级差异与生产线有关?

$P(K^2 \geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

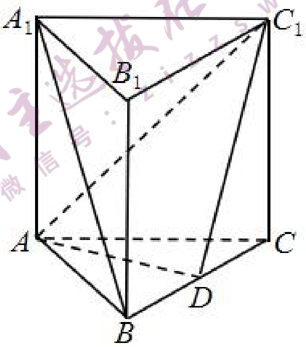
参考公式:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

(2)从样本的所有二等品中随机抽取 2 件,求至少有 1 件为甲生产线产品的概率.

18.(12 分)如图,在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,D 是 BC 的中点.

(1)求证:平面 $ADC_1\perp$ 平面 BCC_1B_1;

(2)已知 $AA_1=\sqrt{2}AB$,求异面直线 A_1B 与 DC_1 所成角的大小.



19.(12 分)已知 $n\in \mathrm{N}^*$,数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=1$,且满足下列条件之一:① $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2}+\dfrac{1}{2^n}$;② $2na_{n+1}=(n+1)a_n$.(只能从①②中选择一个作为已知)

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n<m$,求正整数 m 的最小值.

20. (12 分) 已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的短轴长为 $2\sqrt{3}$，左顶点 A 到右焦点 F 的距离为 3.

（1）求椭圆 C 的方程及离心率；

（2）设直线 l 与椭圆 C 交于不同两点 M, N（不同于 A），且直线 AM 和 AN 的斜率之积与椭圆的离心率互为相反数，求证：l 经过定点.

21. (12 分) 已知函数 $f(x)=e^x-k\sin x$，其中 k 为常数.

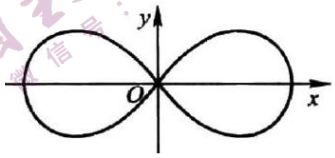
（1）当 $k=1$ 时，判断 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内的单调性；

（2）若对任意 $x\in(0,\pi)$，都有 $f(x)>1$，求 k 的取值范围.

(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答. 如果多做，那么按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，伯努利双纽线 C_1（如图）的普通方程为 $(x^2+y^2)^2=2(x^2-y^2)$，曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=r\cos\theta\\y=r\sin\theta\end{cases}$（其中 $r\in(0,\sqrt{2})$，θ 为参数）.



（1）以 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，求 C_1 和 C_2 的极坐标方程；

（2）设 C_1 与 C_2 交于 A, B, C, D 四点，当 r 变化时，求凸四边形 $ABCD$ 的最大面积.

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

设 M 为不等式 $|x+1|+4\geq|3x-1|$ 的解集.

（1）求集合 M 的最大元素 m；

（2）若 $a, b\in M$ 且 $a+b=m$，求 $\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{1}{b+3}$ 的最小值.

成都七中 2021～2022 学年度（上）半期考试高三数学试题
参考答案及评分意见(文科)

一、选择题：（每小题 5 分，共 60 分） *CABC BBAD ADCD*

二、填空题：（每小题 5 分，共 20 分）

13、$\forall x\in \mathbf{N}, 2^x \geqslant x^2$； 14、$x+2y-3=0$； 15、$\frac{1}{3}$； 16、$-2$（2 分）；$(-\infty, 0)\cup[2, +\infty)$（3 分）.

三、解答题：（共 70 分）

17、解：（1）由题意，补充完整的 2×2 列联表如下.

产品件数	一等品	二等品	总计
甲生产线	38	2	40
乙生产线	7	3	10
总计	45	5	50

（3 分，每两空给 1 分）

于是 $K^2=\frac{50(38\times 3-7\times 2)^2}{45\times 5\times 40\times 10}=\frac{50}{9}\approx 5.556$. （5 分）

因为 $5.556\in(5.024, 6.635)$，所以大约有 98%的把握认为产品的等级差异与生产线有关. （6 分）

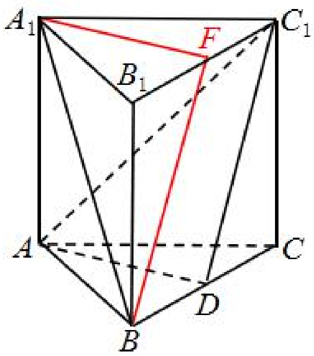
（注：位于区间[97.5%, 99%)内均可给分）

（2）设样本中甲生产线上的二等品为 m, n，乙生产线上的二等品为 a, b, c.

从中随机抽取 2 件，有 $mn, ma, mb, mc, na, nb, nc, ab, ac, bc$ 共 10 种可能情形. （8 分）

其中至少有 1 件为甲生产线上的二等品有 $mn, ma, mb, mc, na, nb, nc$ 共 7 种可能情形. （10 分）

故从样本的二等品中随机抽取 2 件，至少有 1 件为甲生产线产品的概率为 0.7. （12 分）



18、（1）证明：由已知，$\triangle ABC$ 为正三角形， （1 分）

又 D 是 BC 的中点，所以 $BC\perp AD$. （2 分）

因为 $ABC-A_1B_1C_1$ 为正三棱柱，所以 $CC_1\perp$ 底面 ABC. （3 分）

又 $AD\subset$ 底面 ABC，所以 $CC_1\perp AD$. （4 分）

又 $BC\cap CC_1=C$，所以 $AD\perp$ 平面 BCC_1B_1. （5 分）

因为 $AD\subset$ 平面 ADC_1，所以平面 $ADC_1\perp$ 平面 BCC_1B_1. （6 分）

（2）解：取 B_1C_1 的中点 F，连结 A_1F, BF. （7 分）

因为 BD 与 FC_1 平行且相等，所以四边形 BDC_1F 为平行四边形. （8 分）

故 $DC_1/\!/BF$，于是异面直线 A_1B 与 DC_1 所成的角为 $\angle A_1BF$（或其补角）. （9 分）

设 $AB=2$，则 $A_1B=2\sqrt{3}$，$A_1F=\sqrt{3}$，$BF=3$. （10 分）

由勾股定理逆定理，知 $\angle A_1FB$ 为直角，易得 $\angle A_1BF=30^\circ$. （11 分）

故异面直线 A_1B 与 DC_1 所成角的大小为 30°. （12 分）

（注：也可连结 A_1C 交 AC_1 于点 E，则 $A_1B/\!/DE$，于是 $\angle C_1DE$ 为所求）

19、解:(1)若选择条件①,则由已知得 $2^{n+1}\cdot a_{n+1}=2^n\cdot a_n+2$. (2 分)

所以 $\{2^n\cdot a_n\}$ 是首项为 2, 公差为 2 的等差数列, 故 $2^n\cdot a_n=2n$. (4 分)

于是 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\dfrac{n}{2^{n-1}}$, $n\in\mathbf{N}^*$. (5 分)

或解:若选择条件①, 则由已知得 $a_{n+1}=\dfrac{1}{2}a_n+\dfrac{(n+1)-n}{2^n}$, 于是 $a_{n+1}-\dfrac{n+1}{2^n}=\dfrac{1}{2}(a_n-\dfrac{n}{2^{n-1}})$. (2 分)

又 $a_1-\dfrac{1}{2^0}=0$, 所以 $\{a_n-\dfrac{n}{2^{n-1}}\}$ 为常数数列 $\{0\}$. (4 分)

于是 $a_n-\dfrac{n}{2^{n-1}}=0$, 故 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\dfrac{n}{2^{n-1}}$, $n\in\mathbf{N}^*$. (5 分)

若选择条件②, 则由已知得 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a_n}{n}$. (2 分)

所以 $\{\dfrac{a_n}{n}\}$ 是首项为 1, 公比为 $\dfrac{1}{2}$ 的等比数列, 故 $\dfrac{a_n}{n}=\dfrac{1}{2^{n-1}}$. (4 分)

于是 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\dfrac{n}{2^{n-1}}$, $n\in\mathbf{N}^*$. (5 分)

或解:若选择条件②, 则由已知得 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{n+1}{n}$. (2 分)

于是 $a_n=\dfrac{a_n}{a_{n-1}}\cdot\dfrac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\dfrac{a_2}{a_1}\cdot a_1=\dfrac{1}{2^{n-1}}\cdot\dfrac{n}{n-1}\cdot\dfrac{n-1}{n-2}\cdot\cdots\cdot\dfrac{2}{1}\cdot 1=\dfrac{n}{2^{n-1}}$. (4 分)

于是 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\dfrac{n}{2^{n-1}}$, $n\in\mathbf{N}^*$. (5 分)

(说明:如果选择两个条件作答, 则以第一个计分;若两个条件同时使用, 则不计分)

(2)因为 $S_n=\dfrac{1}{2^0}+\dfrac{2}{2^1}+\dfrac{3}{2^2}+\cdots+\dfrac{n-1}{2^{n-2}}+\dfrac{n}{2^{n-1}}$,

所以 $\dfrac{1}{2}S_n=\dfrac{1}{2^1}+\dfrac{2}{2^2}+\dfrac{3}{2^3}+\cdots+\dfrac{n-1}{2^{n-1}}+\dfrac{n}{2^n}$. (6 分)

两式错位相减, 得 $\dfrac{1}{2}S_n=\dfrac{1}{2^0}+\dfrac{1}{2^1}+\dfrac{1}{2^2}+\cdots+\dfrac{1}{2^{n-1}}-\dfrac{n}{2^n}$ (7 分)

$$=\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^n}=2-\frac{n+2}{2^n}.$$ (9 分)

于是 $S_n=4-\dfrac{n+2}{2^{n-1}}<4\ (n\in\mathbf{N}^*)$. (10 分)

又因为 $S_4=\dfrac{13}{4}>3$, 所以正整数 m 的最小值为 4. (12 分)

20、解:(1)设椭圆 C 的半焦距为 c, 由已知, $a+c=3$. (1 分)

又 $b=\sqrt{3}$, 所以 $a^2-c^2=3$. (2 分)

解得 $a=2$, $c=1$. 故椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. (3 分)

椭圆 C 的离心率 $e=\dfrac{1}{2}$. (4 分)

(2)当直线 l 垂直于 y 轴时, 直线 AM, AN 的斜率乘积为正, 与已知矛盾. (5 分)

故可设 l 的方程为 $x=ty+m\,(m\neq-2)$，代入 $3x^2+4y^2=12$，并整理得 $(3t^2+4)y^2+6mty+3(m^2-4)=0$. (6 分)

设 $M(ty_1+m,y_1)$，$N(ty_2+m,y_2)$，则 $y_1+y_2=\dfrac{-6mt}{3t^2+4}$，$y_1y_2=\dfrac{3(m^2-4)}{3t^2+4}$.（※） (7 分)

因为 $A(-2,0)$，由 $k_{AM}\cdot k_{AN}=-\dfrac{1}{2}$，得 $\dfrac{y_1y_2}{(ty_1+m+2)(ty_2+m+2)}=-\dfrac{1}{2}$. (8 分)

整理得 $(t^2+2)y_1y_2+(m+2)t(y_1+y_2)+(m+2)^2=0$. (9 分)

将(*)式代入，得 $3(m^2-4)(t^2+2)-6m(m+2)t^2+(m+2)^2(3t^2+4)=0$.

因为 $m\neq-2$，化简得 $3(m-2)(t^2+2)-6mt^2+(m+2)(3t^2+4)=0$. (10 分)

化简得 $3(m-2)+2(m+2)^2=0$，解得 $m=\dfrac{2}{5}$（此时 $\Delta>0$ 恒成立）. (11 分)

所以直线 l 经过定点 $P(\dfrac{2}{5},0)$. (12 分)

21、解：（1）当 $k=1$ 时，求导得 $f'(x)=e^x-\cos x$. (1 分)

因为 $x>0$，所以 $f'(x)>1-\cos x\geqslant0$. (2 分)

故 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内单调递增. (3 分)

（2）①当 $k\leqslant1$ 时，因为 $x\in(0,\pi)$，所以 $\sin x>0$. (4 分)

于是 $k\sin x\leqslant\sin x$，所以 $f(x)\geqslant e^x-\sin x$. (5 分)

由（1）知，$e^x-\sin x>1$，于是 $f(x)>1$，满足题意. (6 分)

②当 $k>1$ 时，易知 $f'(x)=e^x-k\cos x$ 在区间 $(0,\pi)$ 内单调递增. (7 分)

又因为 $f'(0)=1-k<0$，$f'(\pi)=e^{\pi}+k>0$， (8 分)

所以存在唯一的 $\alpha\in(0,\pi)$，使得 $f'(\alpha)=0$. (9 分)

且当 $0<x<\alpha$ 时，$f'(x)<0$，即 $f(x)$ 在区间 $(0,\alpha)$ 内单调递减. (10 分)

于是 $f(\alpha)<f(0)=1$，与已知矛盾. (11 分)

综上可知，实数 k 的取值范围是 $(-\infty,1]$. (12 分)

或解：由 $f(x)>1$ 得，$k<\dfrac{e^x-1}{\sin x}\,(0<x<\pi)$. (4 分)

设函数 $g(x)=\dfrac{e^x-1}{\sin x}\,(0<x<\pi)$，则 $g'(x)=\dfrac{e^x(\sin x-\cos x)+\cos x}{\sin^2 x}$. (5 分)

设函数 $h(x)=e^x(\sin x-\cos x)+\cos x\,(0<x<\pi)$，则 $h'(x)=(2e^x-1)\sin x>0$. (6 分)

因为 $x\in(0,\pi)$，所以 $e^x>1$，$\sin x>0$，故 $h'(x)>0$. (7 分)

于是函数 $h(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 内单调递增. (8 分)

于是 $h(x)>h(0)=0$，即 $g'(x)>0$. (9 分)

故 $g(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 内单调递增. (10 分)

又 $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{e^x}{\cos x}=1$，于是 $h(x)>1$. (11 分)

故所求实数 k 的取值范围是 $(-\infty,1]$. (12 分)

22、解：（1）由 $(x^2+y^2)^2=2(x^2-y^2)$，得 $\rho^4=2(\rho^2\cos^2\theta-\rho^2\sin^2\theta)$. (1 分)

于是 $\rho^2=2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$，所以 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2=2\cos2\theta$. (2 分)

由 $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$，消去参数$\theta$，得 $x^2+y^2=r^2$. （3 分）

由 $x^2+y^2=\rho^2$ 得，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = r(0 < r < \sqrt{2})$. （4 分）

（2）易知曲线 C_1 与 C_2 关于 x 轴和 y 轴对称，所以四边形 $ABCD$ 为矩形. （5 分）

所以凸四边形 $ABCD$ 的面积 $S = 4S_{\Delta OAB} = 2|OA|^2 \sin\angle AOB$. （6 分）

设 $A(r,\theta)$，$B(r,-\theta)$，则 $|OA|^2 = 2\cos 2\theta, \angle AOB = 2\theta$. （7 分）

于是 $S = 4\cos 2\theta \cdot \sin 2\theta = 2\sin 4\theta \leqslant 2$. （8 分）

故凸四边形 $ABCD$ 的最大面积为 2（当且仅当 $\theta = \dfrac{\pi}{8}$ 时取得）. （9 分）

此时 $r = \sqrt{2\cos\dfrac{\pi}{4}} = \sqrt[4]{2} \in (0,\sqrt{2})$. （10 分）

23、解：（1）当 $x<-1$ 时，原不等式化为 $-(x+1)+4 \geqslant -(3x-1)$，得 $x>-1$，此时无解； （1 分）

当 $-1 \leqslant x \leqslant \dfrac{1}{3}$ 时，原不等式化为 $(x+1)+4 \geqslant -(3x-1)$，得 $x \geqslant -1$，故 $-1 \leqslant x \leqslant \dfrac{1}{3}$； （2 分）

当 $x>\dfrac{1}{3}$ 时，原不等式化为 $(x+1)+4 \geqslant 3x-1$，得 $x \leqslant 3$，故 $\dfrac{1}{3}<x \leqslant 3$； （3 分）

所以原不等式的解集 $M=\{x|-1 \leqslant x \leqslant 3\}$. （4 分）

故集合 M 的最大元素 $m=3$. （5 分）

（2）由 $a, b \in M$，即 $-1 \leqslant a \leqslant 3$，$-1 \leqslant b \leqslant 3$，所以 $a+2>0$，$b+2>0$. （6 分）

由柯西不等式，得 $[(a+2)+(b+3)](\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{1}{b+3}) \geqslant 4$. （8 分）

又 $a+b=3$，所以 $\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{1}{b+3} \geqslant \dfrac{1}{2}$，即 $\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{1}{b+3}$ 的最小值为 $\dfrac{1}{2}$. （9 分）

（当且仅当 $a+2=b+3=4$ 即 $a=2$，$b=1$ 时取得）. （10 分）

或解：由 $a, b \in M$，所以 $a+2 \geqslant 1$，$b+3 \geqslant 2$. （6 分）

所以 $[(a+2)+(b+3)](\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{1}{b+3}) = 2 + \dfrac{b+3}{a+2} + \dfrac{a+2}{b+3} \geqslant 2+2=4$. （8 分）

又 $a+b=3$，所以 $\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{1}{b+3} \geqslant \dfrac{1}{2}$，即 $\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{1}{b+3}$ 的最小值为 $\dfrac{1}{2}$. （9 分）

（当且仅当 $a+2=b+3=4$ 即 $a=2$，$b=1$ 时取得）. （10 分）