

河北省 2023 届高三第一次高考模拟演练

数 学

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

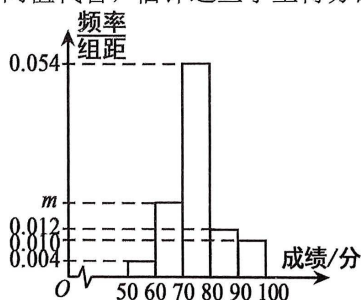
1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x < 0\}$ ，集合 $B = \{x | 2^{x-2} - 1 \leq 0\}$ ，则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{x | 0 < x < 2\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 2\}$ C. $\{x | x < 2\}$ D. $\{x | x \leq 2\}$

2. 已知复数 z_1, z_2 ，“ $z_2 > z_1$ ”是“ $\frac{z_2}{z_1} > 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \log_9 x - \frac{3}{4}, & x > 1 \\ \frac{1}{x^2 + 2x + 3}, & x \leq 1 \end{cases}$ ，则 $f\left[f\left(\frac{5}{3^2}\right)\right] =$ ()

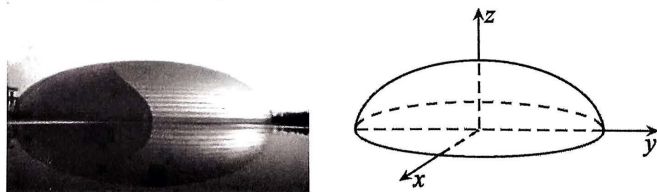
A. $\frac{5}{17}$ B. $\frac{17}{5}$ C. $\frac{4}{17}$ D. $\frac{17}{4}$

4. 2021 年 5 月 22 日上午 10 点 40 分，祝融号火星车安全驶离着陆平台，到达火星表面，开始巡视探测。为了帮助同学们深入了解祝融号的相关知识，某学校进行了一次航天知识讲座，讲座结束之后，学校进行了一次相关知识测试（满分 100 分），学生得分都在 $[50, 100]$ 内，其频率分布直方图如下，若各组分数用该组的中间值代替，估计这些学生得分的平均数为 ()



A. 70.2 B. 72.6 C. 75.4 D. 82.2

5. 中国国家大剧院的外观被设计成了半椭球面的形状。如图，若以椭球的中心为原点建立空间直角坐标系，半椭球面的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ($z \geq 0$, $a, b, c > 0$, 且 a, b, c 不全相等)。



若该建筑的室内地面是面积为 $m^2\pi$ ($m > 0$) 的圆，给出下列结论：

① $a = b$ ； ② $c = m$ ； ③ $ac = m^2$ ； ④ 若 $ac > m$ ，则 $c > 1$ 。

其中正确命题的个数为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 ()

6. 已知 α 是第三象限角， $3\cos 2\alpha + \sin \alpha = 2$ ，则 $\tan \alpha =$ ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

7. 直线 $l: ax + by - 4 = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 相切，则 $(a-3)^2 + (b-4)^2$ 的最大值为 ()

A. 16 B. 25 C. 49 D. 81

8. 为了提高同学们对数学的学习兴趣,某高中数学老师把《周髀算经》、《九章算术》、《孙子算经》、《海岛算经》这4本数学著作推荐给学生进行课外阅读,若该班A,B,C三名同学有2名同学阅读其中的2本,另外一名同学阅读其中的1本,若4本图书都有同学阅读(不同的同学可以阅读相同的图书),则这三名同学选取图书的不同情况有 ()

- A. 144种 B. 162种 C. 216种 D. 288种

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分,在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 若 $f(x_1)f(x_2) = -2$, 则 ()

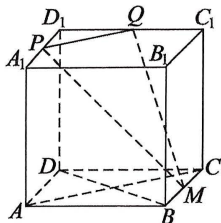
- A. $f(x)$ 关于直线 $x = x_1$ 对称 B. $f(x)$ 关于点 $(x_2, 0)$ 对称
C. $|x_1 + x_2|$ 的最大值为 $\frac{\pi}{2}$ D. $|x_1 + x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{8}$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的虚轴长为2, 过C上点P的直线l与C的渐近线分别交于点A,B, 且点P为AB的中点, 则下列正确的是 ()

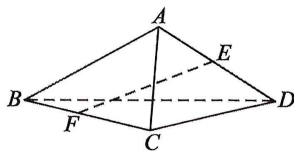
- A. 若 $P(m, n)$ 且直线l的斜率存在, 直线l的方程为 $\frac{my}{a^2} - nx = 1$
B. 若 $P(2, 1)$, 直线l的斜率为1
C. 若离心率 $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $S_{\triangle OAB} = 2$
D. 若直线l的斜率不存在, $|AB| = 2$

11. 如第11题图, 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面ABCD是菱形, 点P,Q,M分别为 A_1D_1, C_1D_1, BC 的中点, 下列结论正确的有 ()

- A. $AC \parallel$ 平面PQM B. 该四棱柱有外接球, 则四边形ABCD为正方形
C. BC与平面PQM不可能垂直 D. $BD \perp QM$



第11题图



第16题图

12. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 其图象关于直线 $x = 2$ 对称, 当 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) = x^2$, 若方程 $f(x) = 4 \log_a(x+5) (a > 0, a \neq 1)$ 在 $[-4, 6]$ 上恰有5个实数解, 则 ()

- A. $f(x)$ 的周期为4 B. $f(x)$ 在 $[8, 10]$ 上单调递减
C. $f(x)$ 的值域为 $[0, 2]$ D. $7 < a < 11$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知O为 $\triangle ABC$ 的外心, 若 $OA = 2$, 且 $\angle BAC = 75^\circ$, 则 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} =$ _____.

14. 若函数 $f(x) = \ln \frac{4-mx}{4-2x}$ 的图象关于原点对称, 则实数m的值为_____.

15. 函数 $f(x) = \sin^3 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \cos^3 \frac{x}{2}$ 的最小值为_____.

16. 如第16题图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB \perp CD, AD \perp BC$, 且 $BD = 3AC$, 点E,F分别为AD,BC的中点, 则异面直线AC与BD所成角的大小为_____, AC与EF所成角的余弦值为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知 S_n 是公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, a_2 是 a_1, a_4 的等比中项, $S_{12} = 78$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 已知 $b_n = a_{2n-1} \cdot 3^{n-1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分) 为了了解大家对养宠物的看法, 某单位对本单位 450 名员工 (其中女职工有 150 人) 进行了调查, 发现女职工中支持养宠物的职工占 $\frac{1}{3}$, 若从男职工与女职工中各随机选取一名, 至

少有 1 名职工支持养宠物的概率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求该单位男职工支持养宠物的人数, 并填写下列 2×2 列联表;

	支持养宠物	不支持养宠物	合计
男职工			
女职工			
合计			450

(2) 依据小概率值 $\alpha = 0.05$ 的独立性检验, 能否认为该单位职工是否支持养宠物与性别有关?

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n = a+b+c+d$.

α	0.10	0.05	0.010	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	10.828

2

22

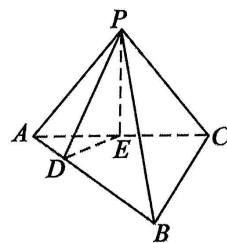
19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $AC = 2\sqrt{2}$, 点 D 为 BC 的中点, 连接 AD 并延长到点 E , 使 $AE = 3DE$.

(1) 若 $DE = 1$, 求 $\angle BAC$ 的余弦值;

(2) 若 $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$, 求线段 BE 的长.

20. (12分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , 若 $\triangle PAC$ 为等边三角形, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且 $AC=BC$, 点 E 为 AC 的中点, 点 D 在线段 AB 上, 且 $AB=4AD$.

- (1) 证明: $AB \perp$ 平面 PDE ;
(2) 求平面 PDE 与平面 PBC 所成锐二面角的余弦值.



21. (12分) 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 直线 $l: y = k(x-1) - 2 (k > 0)$ 与 C 交于 A, B 两点, 当 $k=3$ 时, $|AF| + |BF| = 28$.

- (1) 求抛物线 C 的方程;
(2) 若直线 $m: y = -k(x-1) - 2$ 与抛物线 C 交于 M, N 两点, 证明: 由直线 AM , 直线 BN 及 y 轴围成的三角形为等腰三角形.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = ax \ln x - x^2 - 2x (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 若 $a=4$, 求 $f'(x)$ 的极值;
(2) 若函数 $y = f(x) + 2x$ 有两个零点 x_1, x_2 , 且 $x_2 > ex_1$, 求证: $\ln a + \ln x_1 x_2 > 3$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

