

楚雄州中小学 2022~2023 学年下学期期末教育学业质量监测

高中一年级 数学试卷参考答案

1. D $A=(-\infty, 1), B=(-3, 3)$, 则 $A \cup B=(-\infty, 3)$.

2. B $z=\frac{5}{2+i}+4i=\frac{5(2-i)}{5}+4i=2+3i$, 则复数 $z=\frac{5}{2+i}+4i$ 的虚部为 3.

3. A $|a-2b|^2=a^2-4a \cdot b+4b^2=1-4 \times 1 \times 1 \times (-\frac{1}{4})+4=6$, 即 $|a-2b|=\sqrt{6}$.

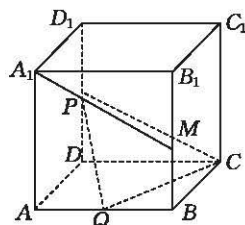
4. D 由题意得 $2x_1+3+2x_2+3+2x_3+3+2x_4+3+2x_5+3+2x_6+3=6 \times 9=54$,

得 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=18$, 所以所求的平均数为 $\frac{18+2+4}{8}=3$.

5. C 因为函数 $f(x)=2^x+3x-12$ 单调递增, 且 $f(2)=2^2+6-12=-2<0$, $f(3)=2^3+9-12=5>0$, 所以函数 $f(x)$ 的零点所在区间是 $(2, 3)$, 即 $x_0 \in (2, 3)$.

6. B 令 $AB=2$, 连接 PC, QC . 易知 $A_1M \parallel PC$, 所以 $\angle QPC$ 或其补角为

异面直线 A_1M 与 PQ 所成的角. 在 $\triangle PQC$ 中, $PC=\sqrt{5}, QC=\sqrt{5}, PQ=\sqrt{6}$, 所以 $\cos \angle QPC=\frac{5+6-5}{2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$.



7. A 由 $2a^2-3a<0$, 可得 $0<a<\frac{3}{2}$. 由 $x^2+ax-1<0$ 在 $(-1, \frac{1}{2})$ 上恒

成立, 可得 $\begin{cases} 1-a-1 \leq 0, \\ \frac{1}{4}+\frac{a}{2}-1 \leq 0, \end{cases}$ 解得 $0 \leq a \leq \frac{3}{2}$. 所以“ $2a^2-3a<0$ ”是“对任意 $x \in (-1, \frac{1}{2})$, $x^2+ax-1<0$ 恒成立”的充分不必要条件. 故选 A.

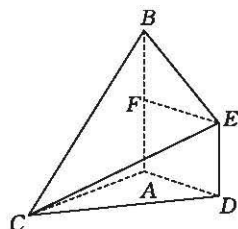
8. D 过 E 作 $EF \perp AB$, 交 AB 于点 F, 易知 $\triangle BFE$ 为等腰直角三角形, 所以 $BF=EF$.

因为 $\angle ECD=15^\circ$, 所以 $CD=\frac{ED}{\tan 15^\circ}=\frac{14}{\tan 15^\circ}$, 在 $\triangle ACD$ 中, 由正弦定

理得 $\frac{AD}{\sin 45^\circ}=\frac{CD}{\sin 75^\circ}=\frac{14}{\tan 15^\circ \cos 15^\circ}=\frac{14}{\sin 15^\circ}$,

而 $\sin 15^\circ=\sin(45^\circ-30^\circ)=\sin 45^\circ \cos 30^\circ-\cos 45^\circ \sin 30^\circ=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$,

所以 $AD=\frac{14 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=14(\sqrt{3}+1)\text{m}$, 则 $AB=BF+ED=14(\sqrt{3}+1)+14=(28+14\sqrt{3})\text{m}$.



9. BD 设 $z=a+bi$, 则 $\bar{z}=a-bi$, 则 $2(z+\bar{z})+3(z-\bar{z})=4a+6bi=4-6i$, 所以 $\begin{cases} 4a=4, \\ 6b=-6, \end{cases}$ 解得

$a=1, b=-1$, 因此 $z=1-i$, A 错误; $z^2=-2i$, 为纯虚数, B 正确; $|z|=\sqrt{2}$, C 错误; $z=1-i$, 其在复平面内对应的点为 $(1, -1)$, 在第四象限, D 正确. 故选 BD.

10. BC 易知 A 错误, B 正确. 又因为 $B \subseteq C$, 所以 $P(B+C)=P(C)$, $P(BC)=P(B)$, 故选 BC.

11. BCD $\cos(-\frac{\pi}{2}+2)=\sin 2$, A 错误;

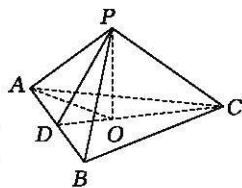
$$\sin 2=2\sin 1\cos 1=\frac{2\sin 1\cos 1}{\sin^2 1+\cos^2 1}=\frac{2\tan 1}{1+\tan^2 1}, \text{B 正确};$$

$$\cos 70^\circ+\cos 50^\circ=\cos(60^\circ+10^\circ)+\cos(60^\circ-10^\circ)=\cos 60^\circ\cos 10^\circ-\sin 60^\circ\sin 10^\circ+\cos 60^\circ\cos 10^\circ+\sin 60^\circ\sin 10^\circ=2\cos 60^\circ\cos 10^\circ=\cos 10^\circ, \text{C 正确};$$

$$\text{因为 } \tan 120^\circ=\tan(110^\circ+10^\circ)=\frac{\tan 110^\circ+\tan 10^\circ}{1-\tan 110^\circ\tan 10^\circ}=-\sqrt{3}, \text{所以 } \tan 110^\circ+\tan 10^\circ=$$

$$\sqrt{3}\tan 110^\circ\tan 10^\circ-\sqrt{3}, \text{即 } \tan 110^\circ+\tan 10^\circ+\sqrt{3}=\sqrt{3}\tan 110^\circ\tan 10^\circ, \text{故 D 正确. 故选 BCD.}$$

12. ACD 由题意, 作正三棱锥 $P-ABC$, 取 AB 的中点 D , 连接 PD, CD , 取等边 $\triangle ABC$ 的中心 O , 连接 PO, AO , 如图所示.



在正三棱锥 $P-ABC$ 中, 因为 D 为 AB 的中点, 所以 $PD \perp AB$, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 因为 D 为 AB 的中点, 所以 $CD \perp AB$. 又 $PD \cap CD = D$, 所以 $AB \perp$ 平面 PDC , 则 $PC \perp AB$. 易知 $PO \perp$ 平面 ABC , 所以 $\angle PAO$ 为 PA 与底面 ABC 所

$$\text{成的角, 则 } \cos \angle PAO = \frac{AO}{AP} = \frac{2\sqrt{7}}{7}. \text{ 又 } AB = 2\sqrt{3}, \text{ 可得 } AO = 2, AP = \sqrt{7}, PO = \sqrt{3}, DO = 1,$$

$$\text{所以三棱锥 } P-ABC \text{ 的体积为 } \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} = 3. \text{ 易知二面角 } P-AB-C \text{ 的平面角}$$

$$\text{为 } \angle PDC, \text{ 又 } \tan \angle PDC = \frac{PO}{DO} = \sqrt{3}, \text{ 所以 } \angle PDC = \frac{\pi}{3}. \text{ 设正三棱锥 } P-ABC \text{ 的外接球的半}$$

$$\text{径为 } r, \text{ 则 } (r-PO)^2 + CO^2 = r^2, \text{ 可得 } (r-\sqrt{3})^2 + 4 = r^2, \text{ 解得 } r = \frac{7}{2\sqrt{3}}, \text{ 故正三棱锥 } P-ABC$$

$$\text{的外接球的表面积 } S = 4\pi r^2 = \frac{49\pi}{3}. \text{ 故选 ACD.}$$

13. $\frac{2}{5}$ 从 5 个地区中随机选择 2 个地区共有 10 种情况, 其中 2 个地区在同一省的情况有 4 种, 所以所求的概率为 $\frac{2}{5}$.

14. $4; \frac{9}{2}$ 由题可知 $m = 4$, 则这个样本的平均数为 4, 这个样本的方差为 $\frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{5} = 4$. 又 $5 \times 60\% = 3$, 所以这个样本的 60%

$$\text{分位数为 } \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2}.$$

15. $\frac{4}{3}$ $y = \cos^2 \omega x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega x)$, 又 $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}]$, 所以 $2\omega x \in [-\frac{\pi\omega}{2}, \frac{\pi\omega}{3}]$. 由题可知 $-\frac{\pi\omega}{2}$
 $= -\frac{2\pi}{3}$, 解得 $\omega = \frac{4}{3}$.

16. $\frac{9}{2}$ $CB^2 = CA^2 + AB^2 - 2CA \cdot AB \cos A$, 解得 $AB = 3$, 由向量的数量积公式以及投影向量的

定义可知, 当点 P 运动到 B 时, $\vec{AB} \cdot \vec{OP}$ 取得最大值, 最大值为 $\frac{1}{2} |\vec{AB}|^2 = \frac{9}{2}$.

17. 解: (1) 由 $(0.010 + 0.020 + a + 0.030 + 0.005) \times 10 = 1$, 解得 $a = 0.035$, 3 分

女生被抽取的人数为 $\frac{1000 - 550}{1000} \times 100 = 45$ 5 分

(2) 由直方图可知, 85% 分位数位于区间 $[80, 90)$, 7 分

则 85% 分位数为 $80 + \frac{0.85 - 0.65}{0.30} \times 10 \approx 86.67$ 10 分

18. 解: (1) 当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{4}, 16]$ 上是减函数, 1 分

因此当 $x = \frac{1}{4}$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值 2, 即 $\log_a \frac{1}{4} = 2$, 因此 $a = \frac{1}{2}$ 3 分

当 $a > 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{4}, 16]$ 上是增函数, 4 分

当 $x = 16$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值 2, 即 $\log_a 16 = 2$, 因此 $a = 4$.

故 $a = \frac{1}{2}$ 或 $a = 4$ 6 分

(2) 因为 $g(x) = \log_2(x^2 - ax + \frac{1}{4})$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 所以 $a^2 - 1 < 0$, 则 $-1 < a < 1$, 即 $a = \frac{1}{2}$,

..... 9 分

代入不等式 $a^{1-3m} > 4$, 得 $(\frac{1}{2})^{1-3m} > (\frac{1}{2})^{-2}$, 10 分

则 $1 - 3m < -2$, 解得 $m > 1$, 因此 m 的取值范围是 $(1, +\infty)$ 12 分

19. 解: (1) $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} = \sin(2x + \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{2}$,

..... 3 分

当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 则 $2x + \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$ 4 分

由 $\frac{\pi}{6} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}$, 可得 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$, 故函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的单调增区间为 $[0, \frac{\pi}{6}]$

..... 6 分

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 则 $2x + \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$,

故当 $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$, 即 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, 函数 $f(x)$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$, 8 分

当 $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$, 即 $x = \frac{\pi}{2}$ 时, 函数 $f(x)$ 的最小值为 0, 10 分

所以 $|f(x) - 1|$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为 1, 11 分

故 m 的取值范围为 $[1, +\infty)$ 12 分

20. 解: (1) 第一次取到的是红球, 第二次取到的是蓝球且两球的数字和为 3 的概率 $P_1 = \frac{2}{9} \times \frac{2}{9}$

$+ \frac{4}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{8}{81}$, 2 分

第一次取到的是蓝球, 第二次取到的是红球且两球的数字和为 3 的概率 $P_2 = \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} + \frac{1}{9} \times$

$\frac{4}{9} = \frac{8}{81}$, 4 分

则所求的概率为 $\frac{8}{81} + \frac{8}{81} = \frac{16}{81}$ 5 分

(2) “第一次取到的是红球”的概率 $P(A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, 6 分

“第二次取到了标记数字 1 的球”的概率 $P(B) = \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{3}$, 8 分

“第一次取到红球且第二次取到了标记数字 1 的球”的概率 $P(AB) = \frac{2}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{2}{9}$.

..... 10 分

因为 $P(AB) = P(A)P(B)$ 成立, 所以事件 A 与事件 B 相互独立. 12 分

21. (1) 证明: 取 AC 的中点 D , 连接 BD, A_1D .

因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 所以 $BD \perp AC$ 1 分

又因为平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABC , 平面 $AA_1C_1C \cap$ 平面 $ABC = AC, BD \subset$ 平面 ABC , 所以 $BD \perp$ 平面 AA_1C_1C 2 分

又 $A_1D \subset$ 平面 AA_1C_1C , 所以 $BD \perp A_1D$ 3 分

取 A_1C_1 的中点 E , 连接 B_1E, CE , 则 $A_1E \parallel DC$ 且 $A_1E = DC$,

所以四边形 A_1DCE 为平行四边形, 所以 $A_1D \parallel CE$ 4 分

因为 $A_1B_1 = B_1C_1, E$ 为 A_1C_1 的中点, 所以 $A_1C_1 \perp B_1E$. 又 $A_1C_1 \perp B_1C, B_1C \cap B_1E = B_1, B_1C, B_1E \subset$ 平面 CB_1E , 所以 $A_1C_1 \perp$ 平面 CB_1E 5 分

又 $AC \parallel A_1C_1$, 所以 $AC \perp$ 平面 CB_1E , 又 $CE \subset$ 平面 CB_1E , 所以 $AC \perp CE$.

因为 $A_1D \parallel CE$, 所以 $AC \perp A_1D$, 又 D 为 AC 的中点, 所以 $AA_1 = A_1C$ 6 分

(2) 解: 连接 A_1B . 由题可知 $A_1D = \sqrt{3}, A_1B = \sqrt{6}, S_{\triangle A_1AB} = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{2^2 - (\frac{\sqrt{6}}{2})^2} = \frac{\sqrt{15}}{2}$,

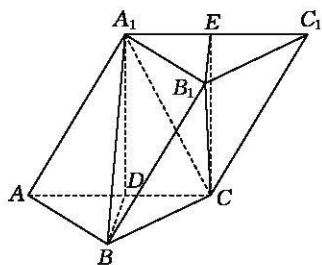
..... 8 分

$V_{A_1-ABC} = \frac{1}{3} \times A_1D \times S_{\triangle ABC} = 1$ 10 分

设点 C 到平面 A_1ABB_1 的距离为 h ,

因为 $V_{A_1-ABC} = V_{C-A_1AB}$, 所以 $\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{15}}{2} h = 1$, 解得 $h = \frac{2\sqrt{15}}{5}$, 即点 C 到平面 A_1ABB_1 的距离

为 $\frac{2\sqrt{15}}{5}$ 12 分



22. 解: (1) 因为 $a \sin B + b = \sqrt{3} b \cos A$, 所以 $\sin A \sin B + \sin B = \sqrt{3} \sin B \cos A$, 1 分
 又 $\sin B \neq 0$, 所以 $\sin A + 1 = \sqrt{3} \cos A$, 2 分
 又 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$, 解得 $\sin A = \frac{1}{2}$, $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 3 分
 因为 $A \in (0, \pi)$, 所以 $A = \frac{\pi}{6}$ 4 分
 (2) 由已知可设 $BD = x$, $AB = \sqrt{3}x$, $\angle DEB = \theta$,
 则由余弦定理得 $BD^2 = DE^2 + BE^2 - 2DE \cdot BE \cdot \cos \theta$, 即 $x^2 = 1 + 3 - 2\sqrt{3} \cos \theta = 4 - 2\sqrt{3} \cos \theta$, 6 分
 由正弦定理得 $\frac{DE}{\sin \angle DBE} = \frac{BD}{\sin \theta}$, 所以 $x \sin \angle DBE = \sin \theta$ 8 分
 在 $\triangle ABE$ 中, 由余弦定理, 得 $AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2AB \cdot BE \cdot \cos \angle ABE$, 9 分
 $AE^2 = 3x^2 + 3 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} x \cos(\frac{\pi}{2} + \angle DBE) = 3x^2 + 3 + 6x \sin \angle DBE = 3x^2 + 3 + 6 \sin \theta =$
 $3(4 - 2\sqrt{3} \cos \theta) + 3 + 6 \sin \theta = 15 + 6 \sin \theta - 6\sqrt{3} \cos \theta = 15 + 12 \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) \leq 27$, 当 $\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$
 $= \frac{5\pi}{6}$ 时, AE 的长度取得最大值 $3\sqrt{3}$ 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线