绝密★启用前

高三数学考试(文科)

(考试时间:120 分钟　试卷满分:150 分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{1,3,5,7\}$,$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2<4x\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{1\}$　　B. $\{1,3\}$　　C. $\{3,5\}$　　D. $\{1,3,5\}$

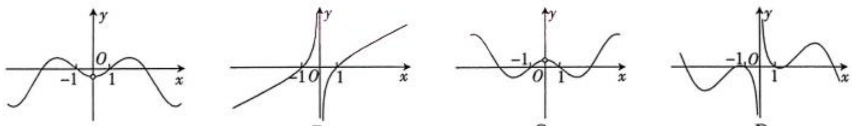
2. 设复数 $z=2+\mathrm{i}$ 的共轭复数为 $\bar{z}$,则 $z-\bar{z}+z\bar{z}=$

A. $3+2\mathrm{i}$　　B. $3-2\mathrm{i}$　　C. $5-2\mathrm{i}$　　D. $5+2\mathrm{i}$

3. 设△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,若 $C=\frac{\pi}{6}$,$a=3$,$c=4$,则 $\sin A=$

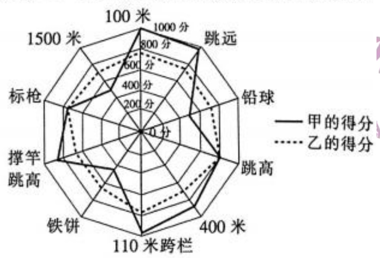
A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{5}{8}$　　C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{1}{2}$

4. 函数 $f(x)=(x-\frac{1}{x})\sin x$ 的部分图象大致为



A　　B　　C　　D

5. 十项全能是田径运动中全能项目的一种,是由跑、跳、投等 10 个田径项目组成的综合性男子比赛项目,比赛成绩是按照国际田径联合会制定的专门田径运动会全能评分表将各个单项成绩所得的评分加起来计算的,总分多者为优胜者. 如图,这是某次十项全能比赛中甲、乙两名运动员的各个单项得分的雷达图,则下列说法正确的是



A. 在 400 米跑项目中,甲的得分比乙的得分低

B. 甲的各项得分比乙的各项得分更均衡

C. 在跳高和铁饼项目中,甲、乙水平相当

D. 甲的各项得分的极差比乙的各项得分的极差大

6. 已知 α 为锐角，且 $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，则 $\tan(\frac{\pi}{4}+\alpha)=$

A. -2　　B. 2　　C. -3　　D. 3

7. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y-1\leqslant 0,\\3x+y+1\geqslant 0,\\y\leqslant 2,\end{cases}$ 则 $\frac{y+2}{x+3}$ 的最大值为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. 1　　D. 2

8. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 的图象是由 $y=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到的，若 $f(x)$ 的最小正周期为 π，则 $f(x)$ 图象的对称轴中与 y 轴距离最近的对称轴方程为

A. $x=-\frac{\pi}{4}$　　B. $x=\frac{\pi}{3}$　　C. $x=-\frac{\pi}{6}$　　D. $x=\frac{\pi}{6}$

9. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AA_1=4$，以 CC_1 的中点 M 为球心，4 为半径的球面与侧面 ABB_1A_1 的交线长为

A. 2π　　B. 3π　　C. 4π　　D. 8π

10. 甲、乙、丙三人玩传球游戏，每个人都等可能地把球传给另一人，由甲开始传球，作为第一次传球，经过 3 次传球后，球回到甲手中的概率为

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{5}{16}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

11. 已知双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，P 是双曲线 E 上一点，$PF_2\perp F_1F_2$，$\angle F_1PF_2$ 的平分线与 x 轴交于点 Q，$\frac{S_{\triangle PF_1Q}}{S_{\triangle PF_2Q}}=\frac{5}{3}$，则双曲线 E 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

12. 古希腊数学家普洛克拉斯指出："哪里有数，哪里就有美."“对称美”是数学美的重要组成部分，在数学史上，人类一直在思考和探索数学的对称问题，图形中的对称性本质就是点的对称、线的对称. 如正方形既是轴对称图形，又是中心对称图形，对称性也是函数一个非常重要的性质. 如果一个函数的图象经过某个正方形的中心并且能够将它的周长和面积同时平分，那么称这个函数为这个正方形的“优美函数”. 下列关于“优美函数”的说法中正确的有

①函数 $f(x)=\frac{x}{2^x+2^{-x}}(-1\leqslant x\leqslant 1)$ 可以是某个正方形的“优美函数”；

②函数 $f(x)=4\cos(2x-\frac{\pi}{6})+3$ 只能是边长不超过 $\frac{\pi}{2}$ 的正方形的“优美函数”；

③函数 $f(x)=\ln(\sqrt{4x^2+1}-2x)-1$ 可以是无数个正方形的“优美函数”；

④若函数 $y=f(x)$ 是“优美函数”，则 $y=f(x)$ 的图象一定是中心对称图形.

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ②④

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(m-6,5)$，$\boldsymbol{b}=(3,-2)$，且 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$____▲____.

14. 设 E,F 分别在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 C_1D_1，A_1B_1 上，且 $D_1E=\frac{1}{3}D_1C_1$，$B_1F=\frac{1}{3}B_1A_1$，则直线 DE 与 BF 所成角的余弦值为____▲____.

15. 已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，过 F 且被 C 截得的弦长为 4 的直线有且仅有两条，写出一个满足条件的抛物线 C 的方程：___▲___，此时该弦的中点到 x 轴的距离为___▲___.（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

16. 已知正数 x,y 满足 $x^2=y^3<1$，给出以下结论：①$0<x<y<1$，②$x>y>1$，③$|y-x|\leqslant\frac{4}{27}$，④$|y^2-x^2|\leqslant\frac{4}{27}$. 其中正确的是___▲___.（请写出所有正确结论的序号）

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2=4,2a_4-a_5=7$，公比不为 -1 的等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_3=4,b_4+b_5=8(b_1+b_2)$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $c_n=\frac{3}{a_na_{n+1}}+b_n$，求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18.（12 分）

某地要举办一年一度为期一个月（30 天）的大型商业峰会，一商店每天要订购相同数量的一种食品，每个该食品的进价为 0.6 元，售价为 1 元，当天卖不完的食品按进价的半价退回，食品按每箱 100 个包装. 根据往年的销售经验，每天对该食品的需求量和当天到会的人数有关，为了确定订购计划，统计了往年的到会人数与需求量和到会人数与天数的有关数据如下：

到会人数/人	(8000,9000]	(9000,10000]	(10000,11000]	(11000,12000]	(12000,13000]
需求量/箱	400	450	500	550	600

到会人数/人	(8000,9000]	(9000,10000]	(10000,11000]	(11000,12000]	(12000,13000]
天数	5	6	8	7	4

以到会人数位于各区间的频率估计到会人数位于各区间的概率.

(1) 估计商业峰会期间，该商店一天这种食品的需求量不超过 500 箱的概率；

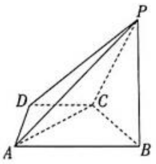
(2) 设商业峰会期间一天这种食品的销售利润为 Y（单位：元），当商业峰会期间这种食品一天的进货量为 550 箱时，写出 Y 的所有可能值，并估计 Y 不超过 15000 元的概率.

19. (12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为等腰梯形，$AB /\!/ CD$，$AD=DC=1$，$AB=2$，$AC\perp PC$.

(1)证明：平面 $ABCD\perp$ 平面 PBC.

(2)若 $PB\perp BC$，$PB=2\sqrt{3}$，求点 D 到平面 PBC 的距离.



20. (12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，且椭圆 C 经过点$(\sqrt{3},1)$，过右焦点 F 的直线 l 与椭圆 C 交于 A，B 两点.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设 O 为坐标原点，求$\triangle OAB$ 面积的最大值以及此时直线 l 的方程.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x$.

(1)若直线 $y=2x+m$ 与曲线 $y=f(x)$ 相切，求 m 的值；

(2)证明：$-\frac{1}{e}\leqslant f(x)<\frac{e^x}{2x}$(参考数据：$e^4>54$).

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为$(x+5)^2+y^2=24$.

(1)以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

(2)直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=2t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数)，l 与 C 的交点为 A，B，且$|AB|=4$，求 l 的斜率.

23. [选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x-1|+|x+2|$.

(1)解不等式 $f(x)\leqslant 7$；

(2)若 t 是 $f(x)$ 的最小值，且 $a+2b+3c=t$，求 $a^2+2b^2+3c^2$ 的最小值.

全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。