2022～2023学年高三押题信息卷

文科数学(二)

注意事项:

1. 本卷满分150分,考试时间120分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

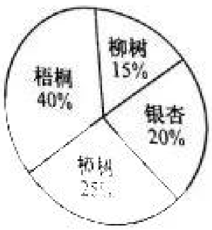
1. 设$(1+2i)x=1+yi$(i是虚数单位,$x\in\mathbf{R}$,$y\in\mathbf{R}$),则$|x+yi|=$

A. $\sqrt{5}$　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

2. 已知集合$A=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$,$B=\{(x,y)|y=x^2-1\}$,则集合$A\cap B$的子集的个数为

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

3. 为了树立和践行绿水青山就是金山银山的理念,A市某高中全体教师于2023年3月12日开展植树活动,购买柳树、银杏、梧桐、樟树四种树苗共计600棵,比例如图所示.青年教师、中年教师、老年教师报名参加植树活动的人数之比为5∶3∶2,若每种树苗均按各年龄段报名人数的比例进行分配,则中年教师应分得梧桐的数量为



A. 30棵　　B. 50棵

C. 72棵　　D. 80棵

4. 已知曲线$y=x^3+x$在点(x_0,y_0)处的切线平行于直线$l:4x-y-2=0$,则x_0等于

A. -1　　B. 1或-1　　C. -2　　D. 2或-2

5. 已知某圆台轴截面是等腰梯形$ABCD$,$AB/\!/DC$,$AB=2DC=2AD=4$,若球O的表面积与该圆台的表面积相等,则球O的体积为

A. $\dfrac{11\sqrt{11}\pi}{3}$　　B. $\dfrac{11\sqrt{11}\pi}{6}$　　C. $\dfrac{11\sqrt{3}\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{11}\pi}{3}$

6. 等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_8:S_4=4:1$,则$S_{16}:S_8=$

A. 6∶1　　B. 7∶1　　C. 9∶1　　D. 10∶1

7. 下列函数在$(0,+\infty)$上单调递减的是

A. $f(x)=-|x^2-2x-3|$　　B. $f(x)=2^{1-x}+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$

C. $f(x)=x\ln\dfrac{1}{x}$　　D. $f(x)=\dfrac{1}{x}+\sin x$

8. 已知函数 $f(x)=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$，将函数 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的一半，纵坐标变为原来的 2 倍，然后向上平移 1 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，则

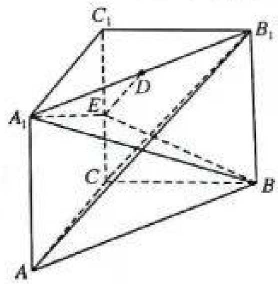
A. $g(x)=2\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+1$　　B. $g(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

C. $g(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{8},0\right)$ 中心对称　　D. $g(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ 上的值域为 $[\sqrt{2}+1,3]$

9. 在平面直角坐标系中，不等式组 $\begin{cases}x+y\leqslant 0,\\ x-y\leqslant 0,\\ x^2+y^2\leqslant r^2\end{cases}$ （r 为常数）表示的平面区域的面积为 π，若 x,y 满足上述约束条件，则 $z=\frac{x+y+1}{x+3}$ 的最小值为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{7}{5}$　　C. -1　　D. $-\frac{5\sqrt{2}+1}{7}$

10. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp BC$，$AA_1=AC=BC=1$，D,E 分别是 A_1B_1，CC_1 的中点，则下列说法错误的是



A. 平面 A_1BE 平分直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积

B. $DE\parallel$ 平面 AB_1C

C. 点 C 到平面 A_1BE 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$

D. 直线 BC 与平面 A_1BE 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{30}}{6}$

11. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 关于直线 $x+y=m$ 的对称点为 $(2,1)$，O 为坐标原点，点 M，N 在 C 上且满足 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=0$（$M,N$ 均不与 O 重合），则 $\triangle MON$ 面积的最小值为

A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 20

12. 已知 $a=\cos\frac{\pi}{7}$，$b=\cos\frac{2\pi}{7}$，$c=\cos\frac{4\pi}{7}$，且计算可知 $a-b-c=\frac{1}{2}$. 有下述四个结论：①$a+2c<1$；②$a^2+b^2+c^2=\frac{5}{4}$；③$abc=-\frac{1}{8}$；④$(a+1)(b+1)(c+1)=\frac{1}{8}$.

其中所有正确结论的编号是

A. ①③　　B. ①④　　C. ②④　　D. ①②③

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x)=(2^x-2^{-x})\left(1+\frac{a}{2^x-1}\right)$ 是偶函数，则实数 $a=$________.

14. 已知 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=5$，$|\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{BC}|_{\min}=3(\lambda\in\mathbf{R})$，$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$，$\overrightarrow{AP}=\sin^2\alpha\cdot\overrightarrow{AB}+\cos^2\alpha\cdot\overrightarrow{AC}$，$\alpha\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$，则 $|\overrightarrow{MP}|$ 的最小值为________.

15. 设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，实轴长为 2，设直线 l 与双曲线 C 在 y 轴左、右两侧的交点分别是 Q,P，若以线段 PQ 为直径的圆恰过坐标原点 O，则 $|OP|^2+4|OQ|^2$ 的最小值为________.

16. 黎曼猜想由数学家波恩哈德·黎曼于 1859 年提出，是至今仍未解决的世界难题. 黎曼猜想研究的是无穷级数 $\xi(n)=\sum_{n=1}^{\infty}n^{-s}=\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{3^s}+\cdots$，我们经常从无穷级数的部分和 $\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{3^s}+\cdots+\frac{1}{n^s}$ 入手. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)$，则 $\left[\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_{2023}}\right]=$______. (其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，满足 $\sin^2B+\sin^2C+\sin B\sin C=\sin^2A$.

(1)求角 A 的大小；

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 周长的最小值.

18.（本小题满分 12 分）

从某地区高三学生中随机抽取质量监测中数学得分在 120 分以下和 120 分以上(含 120 分)的学生各 250 名作为样本(全体高三学生均参加监测)，分别测出他们的注意力集中水平得分，统计如下表.

注意力集中水平得分 \ 数学得分	120 分以下	120 分以上(含 120 分)
500 分以上(含 500 分)	100	180
500 分以下	150	70

(1)若将学生在质量监测中数学得分在 120 分以上(含 120 分)定义为数学成绩优秀，将学生注意力集中水平得分在 500 分以上(含 500 分)称为注意力集中水平高，试问：能否有 99%以上的把握认为数学成绩优秀与注意力集中水平高有关?

(2)若从上述样本数学得分在 120 分以下的学生中，按注意力集中水平得分分层抽取 5 名学生，再从这 5 名学生中随机抽取 3 人，求 3 人中至少 2 人注意力集中水平得分在 500 分以下的概率.

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

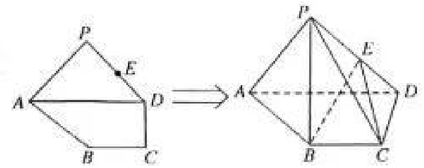
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	5.024	6.635	7.879	10.828

19.（本小题满分 12 分）

如图，已知平面多边形 $PABCD$ 中，$AP=PD$，$AD=2DC=2CB=4$，$AD\parallel BC$，$AP\perp PD$，$AD\perp DC$，E 为 PD 的中点，现将△APD 沿 AD 折起，使 $PC=2\sqrt{2}$.

(1)证明：$CE\parallel$ 平面 PAB；

(2)求三棱锥 $P-BCE$ 的体积.



20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，长轴长为 4，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设 $P(1,0)$，过点 P 作两条直线 l_1,l_2，直线 l_1 与椭圆 C 交于 A,B 两点，直线 l_2 与椭圆 C 交于 D,E 两点，AB 的中点为 M，DE 的中点为 N. 若直线 l_1 与直线 l_2 的斜率之积为 $\frac{1}{3}$，判断直线 MN 是否过定点？若过定点，求出此定点的坐标；若不过定点，请说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

设 $g'(x)$ 为 $g(x)$ 的导函数，若 $g'(x)$ 是定义域为 D 的增函数，则称 $g(x)$ 为 D 上的"凹函数"，已知函数 $f(x)=-\frac{1}{2}x$[illegible]$+\frac{15}{44}$[illegible]$+\frac{1}{44}$ 为 $[a,+\infty)$ 上的凹函数.

(1)求实数 a 的取值范围；

(2)证明：当 $x>0$ 时，$e^x-\frac{1}{2}x^2-x-1>0$，当 $x<0$ 时，$e^x-\frac{1}{2}x^2-x-1<0$；

(3)证明：当 $a\geqslant\frac{1}{2e^3}$ 时，$f(x)<xe^x+ax^2+a$.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（本小题满分 10 分）**选修 4-4：坐标系与参数方程**

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数)，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，曲线 C_1,C_2 相交于 A,B 两点，曲线 C_3 经过变换 $\begin{cases}x'=x-2,\\ y'=\frac{1}{2}y\end{cases}$ 后得到曲线 C_1.

(1)求曲线 C_1 的普通方程和线段 AB 的长度；

(2)设点 P 是曲线 C_3 上的一个动点，求△PAB 的面积的最小值.

23.（本小题满分 10 分）**选修 4-5：不等式选讲**

已知函数 $f(x)=|x+1|+|x-2|$.

(1)求不等式 $f(x)\leqslant 2x$ 的解集；

(2)若 $f(x)\geqslant k\left|x-\frac{1}{2}\right|$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。