银川市2023年普通高中学科教学质量检测
文科数学参考答案

一、选择题

1.B　2.A　3.C　4.D　5.C　6.D　7.A　8.A　9.C　10.C　11.B　12.B

二、填空题

13. $\frac{3}{2}$　14. e　15. $\sqrt{3}$　16. $\frac{3}{8}$

17.（1）解：设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d>0)$，

依题意可得$\begin{cases} {a_4}^2=a_1(a_7+12) \\ a_1+a_2+a_3=15 \end{cases}$，则$\begin{cases} (a_1+3d)^2=a_1(a_1+6d+12) \\ a_1+d=5 \end{cases}$

解得$a_1=3$，$d=2$，

从而数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=3+2(n-1)=2n+1$.

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{n(3+2n+1)}{2}=n^2+2n$$

综上：$a_n=2n+1$　$S_n=n^2+2n$

（2）选①$b_n=\frac{S_n}{n}+2^{a_n}$

解：由（1）可知：$a_n=2n+1$　$S_n=n^2+2n$

$$\therefore b_n=\frac{S_n}{n}+2^{a_n}=\frac{n^2+2n}{n}+2^{2n+1}=n+2+2^{2n+1}$$

$$\because T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{n-1}+b_n$$

$$\therefore T_n=\frac{n(3+n+2)}{2}+\frac{2^3(1-4^n)}{1-4}=\frac{n(n+5)}{2}+\frac{8(4^n-1)}{3}$$

选②$b_n=\frac{1}{S_n}$

解：由（1）可知：$S_n=n^2+2n$

$$\therefore b_n=\frac{1}{S_n}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$$

$$\because T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{n-1}+b_n$$

$$T_n=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)$$

选③$b_n=(a_n-1)\cdot 2^{n-1}$

解：由（1）可知：$a_n=2n+1$，$\therefore b_n=(a_n-1)\cdot 2^{n-1}=n\cdot 2^n$

$\because T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{n-1}+b_n$

则 $T_n=1\times 2^1+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+(n-1)\times 2^{n-1}+n\times 2^n$

于是得 $2T_n=2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+(n-1)\times 2^n+n\times 2^{n+1}$

两式相减得 $-T_n=2+2^2+2^3\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}=\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}-n\cdot 2^{n+1}=(1-n)\cdot 2^{n+1}-1$，

所以 $T_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+1$.

18.（1）解：由题意知：$\overline{x}=\dfrac{1}{4}(1+2+3+4)=2.5$，$\overline{y}=6.545$，

$\sum\limits_{i=1}^{4}x_iy_i=65.83$，$\sum\limits_{i=1}^{4}x_i^2=1^2+2^2+3^2+4^2=30$

所以 $\beta=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{4}x_iy_i-4\overline{xy}}{\sum\limits_{i=1}^{4}x_i^2-4\overline{x}^2}=\dfrac{65.83-4\times2.5\times6.545}{30-4\times2.5^2}=0.076$，

$\alpha=\overline{y}-\beta\overline{x}=6.545-0.076\times2.5=6.355$，

故 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.076x+6.355$.

当 $x=8$ 时，$\hat{y}=0.076\times8+6.355=6.963>6.9$，

所以根据线性回归模型预测 2025 年水产品年产量可以实现目标.

（2）列联表如下：

	渔业年产量超过 90 万吨的地区	渔业年产量不超过 90 万吨的地区	合计
有渔业科技推广人员高配比的地区	4	12	16
没有渔业科技推广人员高配比的地区	10	6	16
合计	14	18	32

由 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

则 $K^2=\dfrac{32\times(4\times6-10\times12)^2}{16\times16\times14\times18}\approx 4.571>3.841$

故有 95%的把握认为“渔业科技推广人员配比和年产量”有关系.

19.（1）证明：取 AC 的中点 O，连结 OB，OP，

$\because$ 在 $\triangle PAC$ 中，$PA=PC$，$OA=OC$，

$\therefore OP\perp AC$ ①

同理可得，$OB\perp AC$ ②

$\because$ 平面 $OP\cap OB=O$，$\therefore AC\perp$ 平面 POB，

$\because PB\subset$ 平面 POB $\therefore PB\perp AC$

（2）在平面 PCD 中，过点 P 作 $PH\perp CD$ 交 CD 延长线于 H，连 AH，取 AH 得中点 F，连接 EF

$\because$ 平面 $PCD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PCD\cap$ 平面 $ABCD=CD$，$PH\perp CD$

$\therefore PH \perp$平面$ABCD$

在$\triangle PAH$中，E，F分别为AP，AH的中点. $\therefore EF \mathbin{/\!/} PH$

$\therefore EF \perp$平面$ABCD$，即$EF \perp$平面ACD，易知：

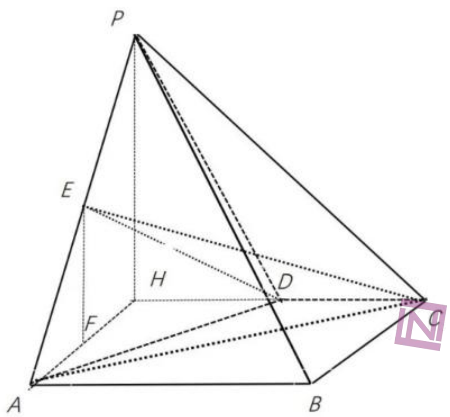
$PH = CH = 2$，$EF = 1$，$S_{\triangle ACD} = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$，

$S_{\triangle EAC} = \dfrac{1}{2} \times S_{\triangle PAC} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times \left(2\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{3}$

设点D到平面EAC的距离为h

$\because V_{D-EAC} = V_{E-ACD}$，$\therefore \dfrac{1}{3} \times S_{\triangle EAC} \cdot h = \dfrac{1}{3} \times S_{\triangle ACD} \cdot EF$

$\therefore h = \dfrac{S_{\triangle ACD} \cdot EF}{S_{\triangle EAC}} = \dfrac{1 \times 1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore$点D到平面EAC的距离为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



20.①解：当$a = -4$时，$f(x) = -2x^2 + \ln x + 3x$，$x \in (0, +\infty)$

$f'(x) = -4x + \dfrac{1}{x} + 3 = \dfrac{-\left(4x^2 + 3x + 1\right)}{x} = \dfrac{-(4x+1)(x-1)}{x}$

由$f'(x) > 0$得，$-\dfrac{1}{4} < x < 1$，由$f'(x) < 0$得，$x < -\dfrac{1}{4}$或$x > 1$

$\therefore f(x)$在$(0,1)$上单调递增，$(1,+\infty)$上单调递减，

$\therefore f(x)$在$x = 1$处取得极大值$f(1) = 1$，无极小值.

（2）解：$\because f(x) = \dfrac{1}{2}ax^2 + \ln x - (a+1)x$，$x \in (0, +\infty)$

$\therefore f'(x) = ax + \dfrac{1}{x} - (a+1) = \dfrac{ax^2 - (a+1)x + 1}{x} = \dfrac{(ax-1)(x-1)}{x}$

由$f'(x) = 0$，$a > 0$得，$x = \dfrac{1}{a}$或$x = 1$

①当$a = 1$时，$f'(x) \geq 0$，$f(x)$在$(0, \infty)$上单调递增

$\because f(1) = -\dfrac{3}{2} < 0$，$f(4) = \ln 4 > 0$

$\therefore f(1) \cdot f(4) < 0$，故$f(x)$在$(1,4)$上有唯一零点

②当 $a>1$ 时，$f'(x)>0$ 得 $x<\frac{1}{a}$ 或 $x>1$

$\therefore f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{a}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\frac{1}{a},1\right)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增

$\because f\left(\frac{1}{a}\right)=-\frac{1}{2a}-\ln a-1<0$，$f(4)=4a-4+\ln 4>0$

$\therefore f\left(\frac{1}{a}\right)\cdot f(4)<0$，故 $f(x)$ 在 $\left(\frac{1}{a},4\right)$ 上有唯一零点

综上：当 $a\geq 1$ 时，$f(x)$ 只有一个零点.

21.（1）解：由题知，$|TF|=x_T+\frac{p}{2}=1+\frac{p}{2}=2$，解得 $p=2$，

$\therefore$ 抛物线 C 的标准方程为 $y^2=4x$.

（2）解：联立直线与抛物线方程的 $\begin{cases} y=-x+m \\ y^2=4x \end{cases}$

$\therefore x^2-(2m+4)x+m^2=0$

又因为有两个交点，所以 $\triangle=(2m+4)^2-4m^2>0$

解得 $m>-1$

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$

故 $x_1+x_2=2m+4$，$x_1x_2=m^2$

$k_1+k_2=\frac{y_1-2}{x_1-1}+\frac{y_2-2}{x_2-1}=\frac{-x_1+m-2}{x_1-1}+\frac{-x_2+m-2}{x_2-1}$

$=\frac{-(x_1-1)+m-3}{x_1-1}+\frac{-(x_2-1)+m-3}{x_2-1}=-2+(m-3)\left(\frac{1}{x_1-1}+\frac{1}{x_2-1}\right)$

$=-2+(m-3)\frac{x_1+x_2-2}{(x_1-1)\cdot(x_2-1)}=-2+(m-3)\frac{x_1+x_2-2}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}$

$=-2+(m-3)\frac{2(m+1)}{m^2-2m-3}=0$

即证之

（3）结论：$\angle PTB=\angle TAB$

证明如下：设切线方程为 $y-2=k(x-1)$

由 $\begin{cases} y=kx+2-k \\ y^2=4x \end{cases}$ $\therefore k^2x^2-(2\mathrm{k}^2-4k+4)x+(k-2)^2=0$

$\triangle=0$，$\therefore k=1$

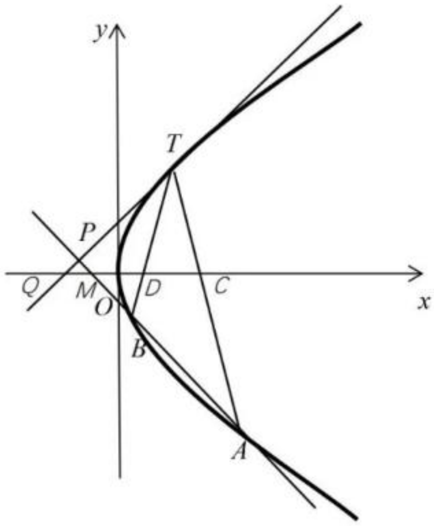
设切线与 x 轴交点为 Q、TA、TB 分别与 x 交于 C，D

$k_1+k_2=0$，所以 $\angle TCD=\angle TDC$，又 $\angle TQD=\angle AMC$，

$\angle TCD=\angle TAB+\angle AMC$，$\angle TDC=\angle PTB+\angle TQD$

所以 $\angle PTB=\angle TAB$

即证之



22.（1）解：∵直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=1+\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）

∴直线 l 的普通方程为 $x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}-1=0$

由 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 得，$C(0,2)$，$M\left(-\sqrt{3},3\right)$，半径 $|CM|=2$

∴曲线 C 的的普通方程为 $x^2+(y-2)^2=4$，即 $x^2+y^2-4y=0$

故曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$

（2）由（1）可知：曲线 C 的的普通方程为 $x^2+y^2-4y=0$，

将直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=1+\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）

代入曲线 C 的的普通方程为 $x^2+y^2-4y=0$ 整理得 $t^2+\left(\sqrt{3}-1\right)t-2=0$

设 A，B 两点对应的参数分别为 t_1，t_2，则有 $\begin{cases}t_1+t_2=1-\sqrt{3}\\ t_1t_2=-2\end{cases}$，

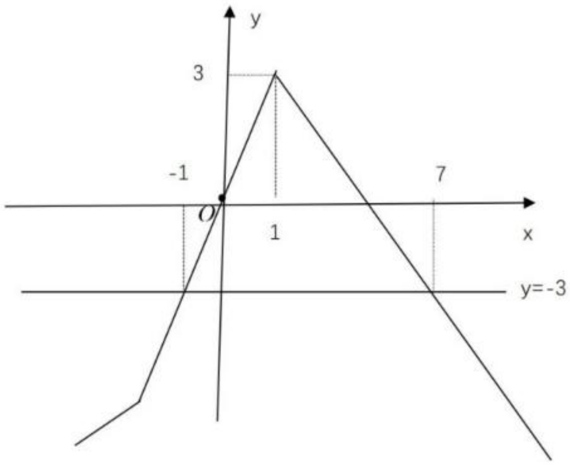
由参数 t 的几何意义可得：

$$|PA|^2+|PB|^2=t_1^2+t_2^2=(t_1+t_2)^2-2t_1t_2=\left(1-\sqrt{3}\right)^2-2\times(-2)=8-2\sqrt{3}$$

23.（1）解：由题意知：

$$y=\begin{cases}x-4,x\le-2,\\ 3x,-2<x<1,\\ -x+4,x\ge1.\end{cases}$$

作出函数 $f\left(x\right)=\left|x+2\right|-2\left|x-1\right|$ 的图象，它与直线 $y=-3$ 的交点为 $\left(-1,-3\right)$ 和 $\left(7,-3\right)$.由图象可知：不等式 $f\left(x\right)\geq -3$ 的解集 $\left[-1,7\right]$.



（2）由（1）可知：

当 $x=1$ 时，$y=f\left(x\right)$ 取得最大值 3，即 $c=3$

$\because y=f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,1\right]$ 上单调递增，且 $f\left(a\right)>f\left(b\right)$

$\therefore a>b$ 即 $a-b>0$

$\because 2a+\dfrac{1}{\left(a-b\right)^2}-\left(c+2b\right)=2\left(a-b\right)+\dfrac{1}{\left(a-b\right)^2}-3=\left(a-b\right)+\left(a-b\right)+\dfrac{1}{\left(a-b\right)^2}-3$

$\geq 3\sqrt[3]{\left(a-b\right)\left(a-b\right)\dfrac{1}{\left(a-b\right)^2}}-3=0$

（当且仅当 $a-b=\dfrac{1}{\left(a-b\right)^2}$ 时，取等号）

$\therefore 2a+\dfrac{1}{\left(a-b\right)^2}\geq c+2b$ 即证之.