# 普高联考2022—2023学年高三测评(六)

## 文科数学

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.

1—5 CDBCA　6—10 BDBDA　11—12 AC

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. $2\sqrt{3}$　14. $3\sqrt{2}$　15. $\sqrt{3}$　16. $-15$

三、解答题:共70分.

(一)必考题:共60分.

17. (1)选条件①. 设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d\neq 0)$,

则$\begin{cases} a_7^2=a_3a_{15}, \\ a_1+a_4+a_7=15, \end{cases}$ 所以$\begin{cases} (a_1+6d)^2=(a_1+2d)(a_1+14d), \\ 3(a_1+3d)=15, \end{cases}$ 得$\begin{cases} a_1=2, \\ d=1, \end{cases}$

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2+(n-1)=n+1$. ………………………………………………… 6分

选条件②. 设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d\neq 0)$,

则$\begin{cases} a_7^2=a_3a_{15}, \\ 5a_1+10d=20, \end{cases}$ 所以$\begin{cases} (a_1+6d)^2=(a_1+2d)(a_1+14d), \\ a_1+2d=4, \end{cases}$ 得$\begin{cases} a_1=2, \\ d=1, \end{cases}$

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2+(n-1)=n+1$. ………………………………………………… 6分

选条件③. 因为$a_7$是$a_3$与$a_{15}$的等比中项,所以$a_3\neq 0$,由$a_3(S_3-9)=0$,可得$S_3=9$,

设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d\neq 0)$,

则$\begin{cases} a_7^2=a_3a_{15}, \\ 3a_1+3d=9, \end{cases}$ 所以$\begin{cases} (a_1+6d)^2=(a_1+2d)(a_1+14d), \\ a_1+d=3, \end{cases}$ 得$\begin{cases} a_1=2, \\ d=1, \end{cases}$

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2+(n-1)=n+1$. ………………………………………………… 6分

(2)令$b_n=2^na_n=(n+1)2^n$,

则$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=2\times 2^1+3\times 2^2+4\times 2^3+\cdots+(n+1)2^n$　①, ……………………… 7分

$2T_n=2\times 2^2+3\times 2^3+4\times 2^4+\cdots+(n+1)2^{n+1}$　②, ……………………………………… 9分

①-②得$-T_n=2\times 2^1+2^2+2^3+\cdots+2^n-(n+1)2^{n+1}=2+\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}-(n+1)2^{n+1}=-n\times 2^{n+1}$,

所以$T_n=n\times 2^{n+1}$. ………………………………………………………………………………… 12分

18. (1)不预定旅游的人数为$300\times\dfrac{7}{15}=140$, ……………………………………………………… 1分

则列联表补充完整如下:

| | 预订旅游 | 不预订旅游 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 16～45岁(含45岁) | 80 | 100 | 180 |
| 45岁以上 | 80 | 40 | 120 |
| 合计 | 160 | 140 | 300 |

…… 4分

$K^2$ 的观测值 $k=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\dfrac{300\times(40\times80-80\times100)^2}{160\times140\times180\times120}=\dfrac{100}{7}\approx14.286>10.828$,

则能在犯错误的概率不超过0.001的前提下,认为是否预订旅游与年龄有关. ……………… 6分

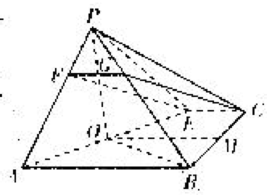
(2)按分层抽样,从被调查的游客中选取5人,16～45岁(含45岁)的人数为 $5\times\dfrac{180}{300}=3$,分别记这3人为 $a,b,c$,45岁以上的人数为 $5\times\dfrac{120}{300}=2$,分别记这2人为 $x,y$.

从5人中任意选取2人,则有 $(a,b),(a,c),(a,x),(a,y),(b,c),(b,x),(b,y),(c,x),(c,y),(x,y)$,共有10种情况, …………………………………… 10分

恰有1人是45岁以上的有 $(a,x),(a,y),(b,x),(b,y),(c,x),(c,y)$,共有6种情况,

则2人中恰有1人是45岁以上的概率为 $P=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$. …………………………………… 12分

19. (1)点 $F$ 为线段 $AP$ 上靠近点 $P$ 的三等分点,证明如下: ……………… 2分



如图,过点 $F$ 作 $FG/\!/AB$ 交 $PB$ 于点 $G$,连接 $CG$,则 $\dfrac{FG}{AB}=\dfrac{1}{3}$,又 $\dfrac{CE}{AB}=\dfrac{1}{3}$,所以 $FG=CE=\dfrac{1}{3}AB$,

因为 $CE/\!/AB$,所以 $CE/\!/FG$,所以四边形 $FGCE$ 为平行四边形, ……………………………… 4分

所以 $EF/\!/CG$,又 $EF\not\subset$ 平面 $PBC$,$CG\subset$ 平面 $PBC$,

所以 $EF/\!/$ 平面 $PBC$. …………………………………………………………………… 6分

(2)如图,取 $AE$ 的中点 $O$,连接 $OB$,取 $BC$ 的中点 $M$,连接 $OM$,则 $OM=2$,$BM=1$,所以 $OB=\sqrt{5}$,

…………………………………………………………………………………… 7分

又 $PA=PE=2$,则 $OA=OE=OP=\sqrt{2}$,又 $PB=\sqrt{7}$,则 $OB^2+OP^2=PB^2$,所以 $PO\perp OB$. …… 8分

因为 $PO\perp AE$,$PO\perp OB$,$AE\cap OB=O$,所以 $PO\perp$ 平面 $ABCE$, ……………………………… 10分

则四棱锥 $P-ABCE$ 的体积为 $V=\dfrac{1}{3}\times\sqrt{2}\times\dfrac{(1+3)\times2}{2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. ……………………………… 12分

20. (1)由题意可知 $\dfrac{4}{a^2}-\dfrac{4}{b^2}=1$,$\dfrac{b}{a}=\sqrt{2}$,解得 $a=\sqrt{2}$,$b=2$,

所以双曲线的方程为 $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{4}=1$. …………………………………………………… 4分

(2)设直线 $MN$ 的方程为 $x=my+1$,代入 $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{4}=1$ 中,

可得$(2m^2-1)y^2+4my-2=0$,设$M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,

则$2m^2-1\neq0$,$\Delta=32m^2-8>0$,$y_1+y_2=\dfrac{-4m}{2m^2-1}$,$y_1y_2=\dfrac{-2}{2m^2-1}$. ………………………………… 6分

直线$AM$的方程为$y=\dfrac{y_1-2}{x_1-2}(x-2)+2$,

令$x=1$,得点$P$的纵坐标为$y_P=\dfrac{2-y_1}{x_1-2}+2$. ………………………………………………… 7分

直线$AN$的方程为$y=\dfrac{y_2-2}{x_2-2}(x-2)+2$,令$x=1$,得点$Q$的纵坐标为$y_Q=\dfrac{2-y_2}{x_2-2}+2$. ………… 8分

因为$\dfrac{2-y_1}{x_1-2}+\dfrac{2-y_2}{x_2-2}=\dfrac{-2my_1y_2+(2m+1)(y_1+y_2)-4}{(my_1-1)(my_2-1)}=\dfrac{\frac{-16m^2+4}{2m^2-1}}{\frac{4m^2-1}{2m^2-1}}=-4$, ………………… 10分

所以$y_P+y_Q=0$,即$\dfrac{|PB|}{|BQ|}=1$. ……………………………………………………………… 12分

21. (1)当$a=1$时,$f(x)=\dfrac{x}{e^x}+\ln x-x$,$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,

则$f'(x)=\dfrac{1-x}{e^x}+\dfrac{1}{x}-1=(1-x)\left(\dfrac{1}{e^x}+\dfrac{1}{x}\right)$, ……………………………………………… 2分

当$0<x<1$时,$f'(x)>0$,则$f(x)$单调递增;当$x>1$时,$f'(x)<0$,则$f(x)$单调递减,

所以$f(x)$的单调递增区间为$(0,1)$,单调递减区间为$(1,+\infty)$. ……………………………… 4分

(2)若函数$g(x)=f(x)-\dfrac{x}{e^{ax}}=\ln x-ax$有两个零点,则$g(x_1)=g(x_2)$,

即$\ln x_1=ax_1$,$\ln x_2=ax_2$,所以$a=\dfrac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}$, …………………………………………… 6分

要证$x_1\cdot x_2>e^2$,只要证$\ln x_1+\ln x_2>2$,即$a(x_1+x_2)>2$,

只要证$\dfrac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}>\dfrac{2}{x_1+x_2}$,即证$\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$(其中$t=\dfrac{x_2}{x_1}>1$), ……………………………… 9分

令$h(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}$,则$h'(t)=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}$,

当$t>1$时,$h'(t)>0$,所以$h(t)$在$(1,+\infty)$上单调递增,

当$t>1$时,$h(t)>h(1)=0$,即$\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$成立,故原不等式$x_1\cdot x_2>e^2$成立. ………… 12分

**(二)选考题:共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答.**

22. (1)由题意知圆$C$的方程为$(x-2)^2+(y-2)^2=3$,即$x^2+y^2-4x-4y+5=0$,

则圆$C$的极坐标方程为$\rho^2-4\rho\cos\alpha-4\rho\sin\alpha+5=0$. ……………………………………… 3分

(2)由题知直线$l$的极坐标方程为$\alpha=\theta(\rho\in\mathbf{R})$,设$M(\rho_1,\theta)$,$N(\rho_2,\theta)$,

联立$\begin{cases}\rho^2-4\rho\cos\alpha-4\rho\sin\alpha+5=0,\\ \alpha=\theta,\end{cases}$可得$\rho^2-(4\cos\theta+4\sin\theta)\rho+5=0$, ……………………… 5分

且$\Delta=(4\cos\theta+4\sin\theta)^2-20>0$,即$\sin 2\theta>\frac{1}{4}$, ………………………………………… 6分

又$\rho_1+\rho_2=4\cos\theta+4\sin\theta,\rho_1\rho_2=5$,

则$|OM|^2+|ON|^2=\rho_1^2+\rho_2^2=(\rho_1+\rho_2)^2-2\rho_1\rho_2=(4\cos\theta+4\sin\theta)^2-10=6+16\sin 2\theta=14$,

所以$\sin 2\theta=\frac{1}{2}>\frac{1}{4}$,又$0\leqslant\theta<\pi$,则$2\theta=\frac{\pi}{6}$或$2\theta=\frac{5\pi}{6}$,所以$\theta=\frac{\pi}{12}$或$\theta=\frac{5\pi}{12}$. ……………… 10分

23.(1)若$a=3$,则不等式$f(x)\leqslant 10$可化为$|x|+3|x-2|\leqslant 10$.

当$x<0$时,$-x-3(x-2)\leqslant 10$,即$x\geqslant -1$,所以$-1\leqslant x<0$;

当$0\leqslant x<2$时,$x-3(x-2)\leqslant 10$,即$x\geqslant -2$,所以$0\leqslant x<2$;

当$x\geqslant 2$时,$x+3(x-2)\leqslant 10$,即$x\leqslant 4$,所以$2\leqslant x\leqslant 4$.

综上所述,原不等式的解集为$[-1,4]$. ………………………………………………………… 5分

(2)由题知$f(x)\leqslant 2|x|+|2x-2|$在$\mathbf{R}$上恒成立,

即$|x|+a|x-2|\leqslant 2|x|+|2x-2|$在$\mathbf{R}$上恒成立,

即$a|x-2|\leqslant|x|+|2x-2|$在$\mathbf{R}$上恒成立.

当$x=2$时,$0\leqslant 4$,即无论$a$取何值,不等式恒成立,

当$x\neq 2$时,$|x-2|>0$,则$a\leqslant\frac{|x|+|2x-2|}{|x-2|}$恒成立,设$g(x)=\frac{|x|+|2x-2|}{|x-2|}$,

又$|x|+|2x-2|\geqslant|(2x-2)-x|=|x-2|$,当且仅当$(2x-2)x\leqslant 0$,即$0\leqslant x\leqslant 1$时取等号,所以$g(x)\geqslant 1$,则$a\leqslant 1$,

所以实数$a$的最大值为1. ………………………………………………………

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。