高三文科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

已知集合 $A=\{x|x^2\geqslant 4\}$，$B=\{x|y=\ln(3-x)\}$，则 $A\cap B=$

A. $[2,3]$　　B. $[2,3)$

$(-\infty,-2]\cup[2,3]$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,3)$

知复数 $z=\frac{1+4i}{1-i}$（i 是虚数单位），则 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于

第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

>1”是“$x^2>1$”的

必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 120°，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$

$\sqrt{7}$　　B. $\sqrt{19}$　　C. 7　　D. 19

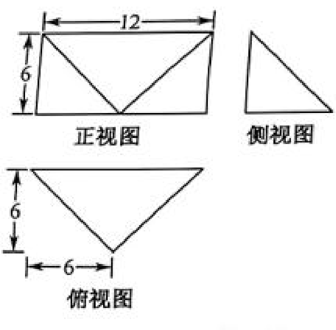
$\sin\alpha+2\cos\alpha=1$，α 为第四象限角，则 $\sin 2\alpha$ 的值为

B. $-\frac{24}{25}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $-\frac{4}{5}$

列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=-4$，$a_6=32$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 6 项和为

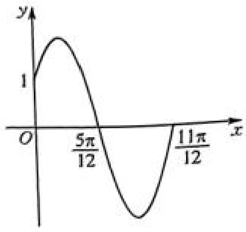
B. -21　　C. 11　　D. -11

一个几何体的三视图，则该几何体的体积是



B. 216　　C. 144　　D. 72

8. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示，则下列说法正确的是



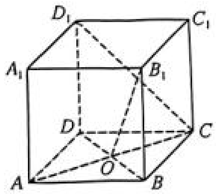
A. $f(x)$ 的最小值是 -2

B. $f(x)$ 的最小正周期为 2π

C. $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right]$ 上单调递增

D. 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $y=\cos 2x$ 的图象

9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 为正方形 $ABCD$ 的中心，则直线 CD_1 与直线 B_1O 所成角的余弦值为



A. $\frac{\sqrt{33}}{6}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{1}{2}$

10. 已知函数 $f(x)=2^{|x-1|}+(x-1)^2$，若 $f(\log_3 a)>f(2)$，则实数 a 的取值范围是

A. $\left(-\infty,\frac{1}{9}\right)\cup(9,+\infty)$ B. $(-\infty,1)\cup(9,+\infty)$

C. $\left(0,\frac{1}{9}\right)\cup(9,+\infty)$ D. $(0,1)\cup(9,+\infty)$

11. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$A$，$B$ 分别是 C 的左顶点和上顶点，F 是 C 的左焦点，若 $\tan\angle FAB=2\tan\angle FBA$，则 C 的离心率为

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

12. 若 $a=e^{0.2}$，$b=\sqrt{2}$，$c=\ln 3.2$，则 a，b，c 的大小关系为

A. $a>b>c$ B. $a>c>b$

C. $b>c>a$ D. $b>a>c$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 请写出渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$ 的一个双曲线方程________.

14. 已知函数 $f(x)=ae^x+1$ 的图象在点 $(0,f(0))$ 处的切线与直线 $3x+y+1=0$ 互相垂直，则实数 a ________.

15. 在圆 $x^2+y^2=4$ 内随机地取一点 $P(x,y)$，则该点坐标满足 $(y-2x)(x+2y+1)\leqslant 0$ 的概率________.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_n+a_{n+1}=\left(\frac{1}{3}\right)^n(n\in\mathbf{N}^*)$，若 $b_n=3^{n-1}a_n$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S $4S_{2022}-3^{2022}a_{2022}=$________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17.(本小题满分 12 分)

为应对中国人口老龄化问题，各地积极调研出台三孩配套政策.某地为了调研生育意愿是否与家庭收入有关，对不同收入的二孩家庭进行调研.某调查小组共调研了 20 个家庭，记录了他们的家庭年可支配收入以及生育三孩的意愿，若将年可支配收入不低于 20 万划归为富裕家庭，20 万以下为非富裕家庭，调研结果如下表：

家庭年可支配收入(万元)	12	16	22	30	10	8	8	19	20	8
是否愿意生三孩	否	是	否	否	否	否	是	否	是	否
家庭年可支配收入(万元)	32	28	48	24	19	29	50	18	18	60
是否愿意生三孩	否	是	否	是	否	是	是	否	否	否

(1)根据上述数据，请完成下面列联表，并判断能否有 90% 的把握认为生育三孩与家庭是否富裕有关？

	富裕家庭	非富裕家庭	总数
愿意生三孩			
不愿意生三孩			
总数			20

(2)相关权威部门的数据表明年可支配收入在 20 万元以上(含 20 万元)的家庭约占全部家庭的$\frac{1}{10}$，若以该调查组调研数据为依据制定相关政策，你认为是否合理？请说明理由.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

本小题满分 12 分)

1图 1 所示，在长方形 $ABCD$ 中，$AB=2AD=2$，M 是 DC 的中点，将$\triangle ADM$ 沿 AM 折起，使得 $D\perp BM$，如图 2 所示，在图 2 中.

)求证：$BM\perp$平面 ADM；

)求点 C 到平面 BMD 的距离.

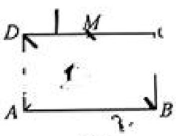


图1

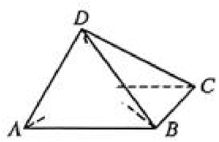


图2

19.(本小题满分12分)

在①$a\cos B+b\cos A=2c\cos A$;②$(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$;③$S=\frac{1}{4}b(b\sin A+a\tan A\cos B)$(其中$S$为$\triangle ABC$的面积)三个条件中任选一个补充在下面问题中,并作答.

在$\triangle ABC$中,角A,B,C的对边分别为a,b,c,且____________.

(1)求角A的大小;

(2)若$\triangle ABC$为锐角三角形且$a=3\sqrt{3}$,求$b+c$的取值范围.

注:如果选择多个条件分别解答,则按第一个解答计分.

20.(本小题满分12分)

在平面直角坐标系xOy中,抛物线$E:y^2=2px(p>0)$上一点$S(4,y_0)(y_0>0)$与焦点F之间的距离等于5,不经过点S的直线l与E交于A,B

(1)求抛物线E的标准方程;

(2)若直线AS,BS的斜率之和为2,求证:直线l过定点.

21.(本小题满分12分)

设函数$f(x)=(x^2-2x)e^x$,$g(x)=e^2\ln x-aex$.

(1)若函数$g(x)$在$(e,+\infty)$上存在最大值,求实数a的取值范围;

(2)当$a=2$时,求证:$f(x)>g(x)$.

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23两题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.(本小题满分10分)**选修4-4:坐标系与参数方程**

在直角坐标系xOy中,曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos^4 t,\\ y=\sin^4 t\end{cases}$($t$为参数).以$O$为极点,$x$轴的正半轴为轴建立极坐标系,曲线$C_2$的极坐标方程为$\rho\cos\theta-5\rho\sin\theta+1=0$.

(1)求C_1的普通方程和C_2的直角坐标方程;

(2)求C_1与C_2的公共点的直角坐标.

23.(本小题满分10分)**选修4-5:不等式选讲**

已知$f(x)=|x+1|-|2x-1|$.

(1)解不等式$f(x)<2x+1$;

(2)若关于x的不等式$f(x)>|3x+3|-m$有解,求m的取值范围.

高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. D　∵$A=\{x|x^2\geqslant 4\}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$，$B=\{x|y=\ln(3-x)\}=(-\infty,3)$，∴$A\cap B=(-\infty,-2]\cup[2,3)$. 故选 D.

2. C　由题意可得 $z=\frac{1+4i}{1-i}=\frac{(1+4i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-3+5i}{2}=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i$，则 $\bar{z}=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i$. 故 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点为 $\left(-\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$，在第三象限. 故选 C.

3. B　由 $x>1$ 可以得到 $x^2>1$，反之由 $x^2>1$ 可得 $x<-1$ 或 $x>1$，故得不到 $x>1$，所以 $x>1$ 为 $x^2>1$ 的充分不必要条件. 故选 B.

4. A　∵$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=4+2\times2\times3\times\left(-\frac{1}{2}\right)+9=7$，∴$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{7}$.

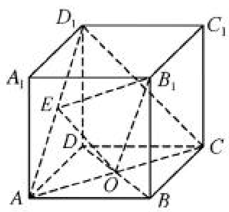
5. B　因为 $\sin\alpha+2\cos\alpha=1$，$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，所以$\begin{cases}\sin\alpha=1,\\ \cos\alpha=0\end{cases}$或$\begin{cases}\sin\alpha=-\frac{3}{5},\\ \cos\alpha=\frac{4}{5}.\end{cases}$又 α 为第四象限角，所以$\begin{cases}\sin\alpha=-\frac{3}{5},\\ \cos\alpha=\frac{4}{5}.\end{cases}$所以 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{24}{25}$. 故选 B.

6. A　设$\{a_n\}$公比为 q，因为 $a_3=-4$，$a_6=32$，故 $q^3=-8$，即 $q=-2$，所以 $a_1=-1$，故前 6 项和为 $\frac{-1\times[1-(-2)^6]}{1-(-2)}=21$. 故选 A.

7. C　由三视图可知该几何体为四棱锥，底面为矩形，两边长分别为 12，6，棱锥的高为 6，所以体积为 $V=\frac{1}{3}\times12\times6\times6=144$. 故选 C.

8. A　由已知 $T=2\times\left(\frac{11\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}\right)=\pi$，所以 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2$，由 $2\times\frac{5\pi}{12}+\varphi=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，又 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，$f(0)=A\sin\frac{\pi}{6}=1$，$A=2$，所以 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，故 A 正确，B 错误；当 $x\in\left[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$，$2x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$时，$f(x)_{\min}=-2$，函数 $f(x)$在区间$\left[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right]$上不单调，故 C 错误；将 $f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后得到函数 $y=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$的图象，故 D 错误. 故选 A.

9. B　连接 AD_1，并取 AD_1 的中点 E，连接 B_1E，OE，则 $OE\parallel CD_1$，所以$\angle B_1OE$ 为 B_1O 与 CD_1 所成的角(或其补角). 设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，易求 $B_1O=B_1E=\sqrt{6}$，$OE=\sqrt{2}$，所以 $\cos\angle B_1OE=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$. 故选 B.



10. D　∵$f(2-x)=2^{|2-x-1|}+(2-x-1)^2=2^{|x-1|}+(x-1)^2=f(x)$，∴$f(x)$的图象关于直线 $x=1$ 对称，∵$y=2^{|x-1|}$ 和 $y=(x-1)^2$ 都在$(-\infty,1)$上是减函数，在$(1,+\infty)$上是增函数，∴$f(x)$在$(-\infty,1)$上为减函数，在$(1,+\infty)$上为增函数. 又 $f(\log_3 a)>f(2)$，∴$|\log_3 a-1|>|2-1|$，即$\log_3 a<0$ 或$\log_3 a>2$，解得 $0<a<1$ 或 $a>9$. 故选 D.

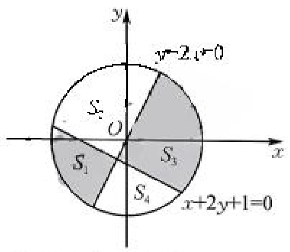
11.C　$\tan\angle FAB=2\tan\angle FBA=2\tan(\angle OBA-\angle OBF)$（$O$ 为坐标原点），所以 $\frac{b}{a}=2\cdot\frac{\frac{a}{b}-\frac{c}{b}}{1+\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{b}}$，化简得 $a^2-3ac+c^2=0$，即 $1-3e+e^2=0$，解得 $e=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. 故选 C.

12.D　因为 $\sqrt{2}=\sqrt[10]{2^5}=\sqrt[10]{32}$，$e^{0.2}=\sqrt[10]{e^2}$，$\sqrt[10]{32}>\sqrt[10]{e^2}$，所以 $b>a$，设 $f(x)=e^x-1-x-\frac{x^2}{2}$，$f'(x)=e^x-x-1$，$[f'(x)]'=e^x-1$，令 $[f'(x)]'=e^x-1>0$，得 $x>0$，所以 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，同理可得 $f'(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，则 $f'(x)\geqslant f'(0)=0$，则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，$f(0.2)=e^{0.2}-1-0.2-\frac{0.2^2}{2}>0$，所以 $e^{0.2}>1.22$. 令 $g(x)=\ln x-\frac{1}{e}x$，$g'(x)=\frac{e-x}{ex}$，当 $x\in(0,e)$，$g'(x)>0$，$x\in(e,+\infty)$，$g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，所以 $g(x)\leqslant g(e)=0$，$\ln x\leqslant\frac{1}{e}x$，$\ln 3.2\leqslant\frac{3.2}{e}<\frac{3.2}{2.7}\approx 1.185$，所以 $a>c$，综上 $b>a>c$. 故选 D.

13. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$　答案不唯一，符合 $x^2-\frac{y^2}{3}=\lambda(\lambda\neq 0)$ 都可.

14. $\frac{1}{3}$　由题意，函数 $f(x)=ae^x+1$，可得 $f'(x)=ae^x$，则 $f'(0)=a$，所以 $a\times(-3)=-1$，解得 $a=\frac{1}{3}$.

15. $\frac{1}{2}$　$P(x,y)$ 满足 $(y-2x)(x+2y+1)\leqslant 0$，等价于 $\begin{cases}y-2x\leqslant 0,\\x+2y+1\geqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}y-2x\geqslant 0,\\x+2y+1\leqslant 0.\end{cases}$ 对应图形中 S_1、S_3 区域.



由于直线 $y=2x$ 过圆心且与 $x+2y+1=0$ 相互垂直，由圆的对称性可知 $S_2=S_3$，$S_1=S_4$，所以 $S_1+S_3=S_1+S_2=\frac{1}{2}S_{圆O}$，故所求概率 $P=\frac{1}{2}$.

16. 2 022　由 $a_n+a_{n+1}=\left(\frac{1}{3}\right)^n$，得 $3^na_n+3^na_{n+1}=1$，所以 $(3a_1+3a_2)+(3^2a_2+3^2a_3)+(3^3a_3+3^3a_4)+\cdots+(3^{2\,022}a_{2\,022}+3^{2\,022}a_{2\,023})=2\,022$，即 $(3a_1+3^2a_2+3^3a_3+\cdots+3^{2\,022}a_{2\,022})+(3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{2\,022}a_{2\,023})=2\,022$. 因为 $S_{2\,022}=a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{2\,021}a_{2\,022}$，$a_1=1$，得 $3S_{2\,022}+(S_{2\,022}-a_1+3^{2\,022}a_{2\,023})=2\,022$，整理得 $4S_{2\,022}=2\,023-3^{2\,022}a_{2\,023}$. 又 $3^{2\,022}a_{2\,022}+3^{2\,022}a_{2\,023}=1$，所以 $4S_{2\,022}-3^{2\,022}a_{2\,022}=2\,023-3^{2\,022}a_{2\,023}-3^{2\,022}a_{2\,022}=2\,023-1=2\,022$.

17. 解：(1)

	富裕家庭	非富裕家庭	总数
愿意生三孩	5	2	7
不愿意生三孩	5	8	13
总数	10	10	20

$K^2=\frac{20(5\times8-5\times2)^2}{10\times10\times7\times13}\approx1.978<2.706$，…………………………………… 7分

所以没有90%的把握认为生育三孩与家庭是否富裕有关. …………………………………… 8分

(2)答案不唯一：不合理，调研样本数据太少，使样本的代表性较弱；调查的比例不合理，20万元的家庭过多，样本中二者占比为1∶1，远大于实际二者比例，使得样本的代表性较差；生育三孩，只调研了二孩家庭，忽略了一些一孩甚至刚结婚的人群的意愿等. …………………………………… 12分

(酌情给分，给出两条以上合理分析即可给满分)

18. (1)证明：在长方形 $ABCD$ 中，因为 $AB=2AD$，M 是 DC 的中点，

所以 $AM=BM=\sqrt{2}AD$，从而 $AM^2+BM^2=AB^2$，所以 $AM\perp BM$. …………………………………… 2分

又因为 $AD\perp BM$，$AD\cap AM=A$，$AD,AM\subset$平面 ADM，

所以 $BM\perp$平面 ADM. …………………………………… 5分

(2)解：因为 $BC=CM=1$，$AM=BM=\sqrt{2}$，

设点 D 到平面 $ABCM$ 的距离为 h_1，易得 $S_{\triangle AMB}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$，$S_{\triangle ADM}=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$.

由(1)知 $BM\perp$平面 ADM，因为 $V_{D\text{-}AMB}=V_{B\text{-}ADM}$，

所以 $\frac{1}{3}S_{\triangle AMB}\cdot h_1=\frac{1}{3}S_{\triangle ADM}\cdot BM$，…………………………………… 7分

所以 $h_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，…………………………………… 8分

所以 $V_{D\text{-}MBC}=\frac{1}{3}S_{\triangle MBC}\cdot h_1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{12}$. …………………………………… 9分

设点 C 到平面 BMD 的距离为 h_2，由(1)知 $BM\perp$平面 ADM，又 $DM\subset$平面 ADM，所以 $BM\perp DM$，所以 $S_{\triangle BMD}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times1=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以 $V_{D\text{-}MBC}=V_{C\text{-}MBD}=\frac{1}{3}S_{\triangle MBD}\cdot h_2=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}h_2=\frac{\sqrt{2}}{12}$，…………………………………… 11分

解得 $h_2=\frac{1}{2}$. 即点 C 到平面 BMD 的距离是 $\frac{1}{2}$. …………………………………… 12分

19. 解：(1)若选条件①

因为 $a\cos B+b\cos A=2c\cos A$，

由正弦定理得 $\sin A\cos B+\sin B\cos A=2\sin C\cos A$，…………………………………… 2分

所以 $\sin(A+B)=2\sin C\cos A$，即 $\sin C=2\sin C\cos A$. …………………………………… 4分

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq0$，所以 $\cos A=\frac{1}{2}$，…………………………………… 5分

又 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$. …………………………………… 6分

若选条件②

因为 $(\sin B-\sin C)^2=\sin^2A-\sin B\sin C$，

所以 $\sin^2B+\sin^2C-2\sin B\sin C=\sin^2A-\sin B\sin C$，……………………

即$\sin^2 B+\sin^2 C-\sin^2 A=\sin B\sin C$. ………………………………………… 2 分

由正弦定理得 $b^2+c^2-a^2=bc$，………………………………………… 4 分

所以 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，………………………………………… 5 分

又 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………………………… 6 分

若选择条件③

因为 $S=\dfrac{1}{4}b(b\sin A+a\tan A\cos B)$，

所以$\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{4}b\left(b\sin A+a\cdot\dfrac{\sin A}{\cos A}\cdot\cos B\right)$，………………………………………… 1 分

即 $2c\sin A=b\sin A+a\cdot\dfrac{\sin A}{\cos A}\cdot\cos B$. ………………………………………… 3 分

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A\neq0$，所以 $2c=b+a\cdot\dfrac{1}{\cos A}\cdot\cos B$，………………………………………… 4 分

由正弦定理得 $2\sin C\cos A=\sin B\cos A+\sin A\cos B=\sin(A+B)=\sin C$. ………………………………………… 5 分

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq0$，所以 $\cos A=\dfrac{1}{2}$，又 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………………………… 6 分

(2)因为 $a=3\sqrt{3}$，$A=\dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=6$，

所以 $b=6\sin B$，$c=6\sin C$，$B+C=\dfrac{2\pi}{3}$，………………………………………… 7 分

所以 $b+c=6(\sin B+\sin C)=6\left[\sin B+\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}-B\right)\right]$

$=6\left(\dfrac{3}{2}\sin B+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos B\right)=6\sqrt{3}\sin\left(B+\dfrac{\pi}{6}\right)$. ………………………………………… 9 分

因为△ABC 为锐角三角形且 $A=\dfrac{\pi}{3}$，所以$\begin{cases}B+C=\dfrac{2\pi}{3},\\0<B<\dfrac{\pi}{2},\\0<C<\dfrac{\pi}{2},\end{cases}$解得$\dfrac{\pi}{6}<B<\dfrac{\pi}{2}$. ………………………………………… 10 分

当 $B\in\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right)$时，则 $B+\dfrac{\pi}{6}\in\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(B+\dfrac{\pi}{6}\right)\leqslant1$，………………………………………… 11 分

所以 $9<b+c\leqslant6\sqrt{3}$，

故 $b+c$ 的取值范围为$(9,6\sqrt{3}]$. ………………………………………… 12 分

20. (1)解：抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$的焦点 $F\left(\dfrac{p}{2},0\right)$，准线方程为 $x=-\dfrac{p}{2}$，………………………………………… 1 分

因为抛物线上一点 $S(4,y_0)(y_0>0)$与焦点 F 之间的距离等于 5，

由抛物线的定义得 $4+\dfrac{p}{2}=5$，所以 $p=2$. ………………………………………… 3 分

所以抛物线 E 的标准方程是 $y^2=4x$. …………………………………………

(2)证明:将 $x=4$ 代入 $y^2=4x$ 可得 $y_0=4$ 或 $y_0=-4$(舍),所以点 S 的坐标为(4,4). ………………………… 5 分

因为直线 l 的斜率不等于 0,设直线 l 的方程是 $x=my+n$,$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,

联立 $\begin{cases} y^2=4x, \\ x=my+n \end{cases}$ 得 $y^2-4my-4n=0$,……………………………………………………………… 6 分

因为直线 l 与 E 有两个交点,

所以 $\Delta=16m^2+16n>0$,即 $m^2+n>0$. ……………………………………………………………… 7 分

由韦达定理得 $\begin{cases} y_1+y_2=4m, \\ y_1y_2=-4n. \end{cases}$ ……………………………………………………………… 8 分

因为直线 AS,BS 的斜率之和为 2,

所以 $\frac{y_1-4}{x_1-4}+\frac{y_2-4}{x_2-4}=\frac{y_1-4}{\frac{y_1^2}{4}-4}+\frac{y_2-4}{\frac{y_2^2}{4}-4}=4\left(\frac{1}{y_1+4}+\frac{1}{y_2+4}\right)=\frac{4(y_1+y_2+8)}{y_1y_2+4(y_1+y_2)+16}=2$,………………………… 9 分

所以 $2y_1y_2+4(y_1+y_2)=0$. ……………………………………………………………… 10 分

将 $\begin{cases} y_1+y_2=4m, \\ y_1y_2=-4n \end{cases}$ 代入上式可得 $-8n+16m=0$,即 $n=2m$,又 $m^2+n>0$,解得 $m>0$ 或 $m<-2$. ………………… 11 分

所以直线 l 的方程是 $x=my+n=m(y+2)$,它过定点 $(0,-2)$. ……………………………………… 12 分

21.(1)解:因为 $g'(x)=\frac{e^2}{x}-ae=\frac{e}{x}(e-ax)$,……………………………………………………………… 1 分

当 $a\leqslant 0$ 时,$e-ax>0$ 在 $(e,+\infty)$ 上恒成立,即 $g'(x)>0$ 恒成立,此时 $g(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 上单调递增,$g(x)$ 不存在最大值; ……………………………………………………………… 2 分

当 $a\geqslant 1$ 时,$e-ax<0$ 在 $(e,+\infty)$ 上恒成立,即 $g'(x)<0$ 恒成立,此时 $g(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 上单调递减,$g(x)$ 不存在最大值; ……………………………………………………………… 3 分

当 $0<a<1$ 时,由 $g'(x)>0$ 得 $e<x<\frac{e}{a}$,由 $g'(x)<0$ 得 $x>\frac{e}{a}$,所以 $g(x)$ 在 $\left(e,\frac{e}{a}\right)$ 上单调递增,$g(x)$ 在 $\left(\frac{e}{a},+\infty\right)$ 上单调递减,$g(x)$ 有最大值 $g\left(\frac{e}{a}\right)$.

综上,实数 a 的取值范围为(0,1). ……………………………………………………………… 5 分

(2)证明:当 $a=2$ 时,要证 $f(x)>g(x)$ 即证 $(x^2-2x)e^x>e^2\ln x-2ex$,

即证 $(x-2)e^{x-2}+\frac{2}{e}>\frac{\ln x}{x}$. ……………………………………………………………… 6 分

令 $k(x)=(x-2)e^{x-2}+\frac{2}{e}$,$x>0$,则 $k'(x)=(x-1)e^{x-2}$,……………………………………………… 7 分

于是 $k(x)$ 在 (0,1) 上是减函数,在 $(1,+\infty)$ 上是增函数,

所以 $k(x)\geqslant k(1)=\frac{1}{e}$(当且仅当 $x=1$ 取等号). ……………………………………………… 9 分

又令 $h(x)=\frac{\ln x}{x}$,则 $h'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$,……………………………………………………………… 10 分

于是 $h(x)$ 在 $(0,e)$ 上是增函数,在 $(e,+\infty)$ 上是减函数,

所以 $h(x)\leqslant h(e)=\frac{1}{e}$(当且仅当 $x=e$ 时取等号). ……………………………………………… 11 分

22. 解：(1)曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=\cos^4 t,\\ y=\sin^4 t\end{cases}$（$t$ 为参数），所以 $x\geqslant 0,y\geqslant 0$，曲线 C_1 的参数方程化为$\begin{cases}\sqrt{x}=\cos^2 t,\\ \sqrt{y}=\sin^2 t\end{cases}$（$t$ 为参数），两式相加得曲线 C_1 的方程为$\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$，即 C_1 的普通方程是$\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$.

…………………………………………………………………………………………………… 3 分

将 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$ 代入 $\rho\cos\theta-5\rho\sin\theta+1=0$，得 $x-5y+1=0$，即 C_2 的直角坐标方程是 $x-5y+1=0$.

…………………………………………………………………………………………………… 5 分

(2)由$\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$，得$\sqrt{y}=1-\sqrt{x}$，平方得 $y=x-2\sqrt{x}+1, 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 1$，…………………… 7 分

联立 C_1,C_2 的方程$\begin{cases}y=x-2\sqrt{x}+1,\\ x-5y+1=0,\end{cases}$ …………………………………………………… 8 分

整理得 $2x-5\sqrt{x}+2=0$，解得$\sqrt{x}=\frac{1}{2}$或$\sqrt{x}=2$(舍去)，…………………………………………… 9 分

所以 $x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{4}$，所以 C_1 与 C_2 公共点的直角坐标为$\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)$. ………………………………… 10 分

23. 解：(1)①当 $x\geqslant\frac{1}{2}$时，不等式可化为$(x+1)-(2x-1)<2x+1$，解得 $x>\frac{1}{3}$，所以 $x\geqslant\frac{1}{2}$； …………………… 2 分

②当$-1<x<\frac{1}{2}$时，不等式可化为$(x+1)+(2x-1)<2x+1$，解得 $x<1$，所以$-1<x<\frac{1}{2}$；…………………… 3 分

③当 $x\leqslant -1$ 时，不等式可化为$-(x+1)+(2x-1)<2x+1$，解得 $x>-3$，所以 $-3<x\leqslant -1$. …………………… 4 分

综上，不等式 $f(x)<2x+1$ 的解集为$(-3,+\infty)$. ………………………………………………………… 5 分

(2)因为 $f(x)>|3x+3|-m$，即 $|x+1|-|2x-1|>3|x+1|-m$，…………………………………………… 6 分

所以 $m>|2x-1|+|2x+2|$，即 $m>|2x-1|+|2x+2|$ 有解，……………………………………………… 7 分

所以问题可转化为 $m>(|2x-1|+|2x+2|)_{\min}$. ……………………………………………………… 8 分

又$|2x-1|+|2x+2|\geqslant|(2x-1)-(2x+2)|=3$，当且仅当$(2x-1)(2x+2)\leqslant 0$，即$-1\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$时，等号成立，

…………………………………………………………………………………………………… 9 分

即$(|2x-1|+|2x+2|)_{\min}=3$，所以 $m>3$.

即实数 m 的取值范围为$(3,+\infty)$. …………………………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。