柳州高中 / 南宁三中高三(4 月)联考

文 科 数 学

注意事项:

1. 本卷共 150 分,考试时间 120 分钟. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号. 回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

3. 考试结束,将本试题和答题卡一并交回.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设 $U=\mathbf{R}$,$A=\{-4,-2,0,2,4\}$,$B=\{x\mid x\geqslant 3\}$,则 $A\cap\complement_U B=$ ( )

A. $\{0,2\}$　　B. $\{-2,0,2\}$　　C. $\{-4,-2,0,2\}$　　D. $\{4\}$

2. 已知复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$(i 为虚数单位),则 $|z|=$ ( )

A. 2　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

3. 已知角 α 的始边与 x 轴非负半轴重合,终边过点 $A(a,2a)$(其中 $a\neq 0$),则 $\cos 2\alpha+\cos^2\alpha=$ ( )

A. $-\dfrac{3}{5}$　　B. $-\dfrac{2}{5}$　　C. $-\dfrac{1}{5}$　　D. $\dfrac{3}{5}$

4. 如图 1,网格小正方形的边长为 1,网格纸上绘制了一个多面体的三视图,则该多面体的体积为 ( )

A. 14　　B. 7

C. $\dfrac{14}{3}$　　D. $\dfrac{7}{3}$

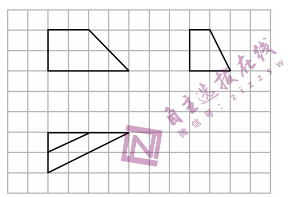
图 1

5. 某高中高一学生从物化生政史地六科中选三科组合,其中选物化生组合的学生有 600 人,选物化地组合的学生有 400 人,选政史地组合的学生有 250 人. 现从高一学生中选取 25 人作样本调研情况. 为保证调研结果相对准确,下列判断错误的是 ( )

A. 用分层抽样的方法抽取物化生组合的学生 12 人

B. 用分层抽样的方法抽取政史地组合的学生 5 人

C. 物化生组合学生小张被选中的概率比物化地组合学生小王被选中的概率大

D. 政史地组合学生小刘被选中的概率为 $\dfrac{1}{50}$

6. 若 $a>0$,$b>0$,$a+b=2$,则 $\dfrac{a+b}{ab}$ 的最小值为 ( )

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1　　D. 2

7. 已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}2x+y-8\leqslant 0,\\ 2x-y\geqslant 0,\\ x+y-3\geqslant 0,\end{cases}$ 若直线 $y=kx-1$ 经过该可行域,则实数 k 的最小值为 ( )

A. -5　　B. $-\dfrac{1}{5}$　　C. $-\dfrac{5}{2}$　　D. $-\dfrac{2}{5}$

8. 设抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F,l 为准线,P 为 C 上一动点,则点 P 到准线 l 的距离 d_1 和点 P 到直线 $3x+4y+17=0$ 的距离 d_2 之和 d_1+d_2 的最小值为 ( )

A. 4　　B. 3　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{5}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,已知 $B=60^\circ$,$b=4$,则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 ( )

A. $3\sqrt{3}$　　B. $4\sqrt{3}$　　C. $5\sqrt{3}$　　D. 6

10. 从数学必修一、二和政治必修一、二共四本书中任取两本书,那么互斥而不对立的两个事件是 ( )

A. 至少有一本政治与都是数学

B. 至少有一本政治与都是政治

C. 至少有一本政治与至少有一本数学

D. 恰有 1 本政治与恰有 2 本政治

11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中,$AB\perp BC$,$BC\perp CP$,且 $BC=1$,$CP=2$,$AB=3$,$AP=\sqrt{14}$,则此三棱锥外接球的体积为 ( )

A. $\sqrt{14}\pi$　　B. $\dfrac{7\sqrt{14}}{3}\pi$　　C. $\dfrac{8\sqrt{14}}{3}\pi$　　D. $2\sqrt{14}\pi$

12. 函数 $f(x)=\ln 2x$ 的图象与函数 $g(x)=e^x-e^{-x}+x-\dfrac{1}{2x}$ 的图象交点的横坐标 x_0,则 $e^{x_0}\ln 2x_0=$ ( )

A. $-\ln 2$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\ln 2$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 设向量 $\boldsymbol{a}=(x,-2)$,$\boldsymbol{b}=(2,-1)$,若 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线,则实数 x 的值为__________.

14. 双曲线 $\dfrac{y^2}{m^2}-\dfrac{x^2}{(m-1)(m-2)}=1(m\geqslant 4)$ 的离心率的取值范围是__________.

15. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{9}x^3+x^2-2ax+1$,若函数 $f(x)$ 在 $(1,2)$ 上有极值,则实数 a 的取值范围为__________.

16. 圣彼得大教堂坐落在梵蒂冈城内,是世界上最大的天主教教堂作为最杰出的文艺复兴建筑和世界上最大的教堂,它是典型的哥特式建筑. 哥特式建筑的特点之一就是窗门处使用尖拱造型,其结构是由两段不同圆心的圆弧组成的对称图形. 如图 2,$\overset{\frown}{AC}$ 所在圆的圆心 O 在线段 AB 上,若 $\angle CAB=\alpha$,$|AC|=m$,则扇形 OAC 的面积为__________.

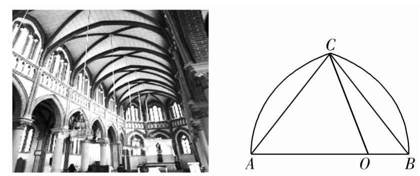

图 2

三、解答题：本大题共 7 小题，满分 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题（60 分）

17.（本小题满分 12 分）

记 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$\frac{2S_n}{n}=a_n+2$.

（1）证明$\{a_n\}$是等差数列；

（2）已知 $a_2=5$，若 $c_n=2^{n-1}\cdot a_n$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和.

18.（本小题满分 12 分）

中国女排曾经十度成为世界冠军，铸就了响彻中华的女排精神. 看过中国女排的纪录片后，某大学掀起"学习女排精神，塑造健康体魄"的年度主题活动，一段时间后，学生的身体素质明显提高，将该大学近 5 个月体重超重的人数进行统计，得到如下表格：

月份 x	1	2	3	4	5
体重超重的人数 y	640	540	420	300	200

（1）若该大学体重超重人数 y 与月份变量 x（月份变量 x 依次为 1，2，3，4，5…）具有线性相关关系，请预测从第几月份开始该大学体重超重的人数降至 100 人以下？

（2）从这 5 个月中随机抽取 2 个月. 求抽取的这两个月中体重超重的人数都少于 500 人的概率.

附 1：回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2};\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}.$$

附 2：参考数据：$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=5180$，$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=55$.

19.（本小题满分 12 分）

阳马，中国古代算数中的一种几何形体，是底面为长方形，两个三角面与底面垂直的四棱锥体. 如图 3，四棱锥 $P-ABCD$ 就是阳马结构，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PD=1$，$AB=AD=2$，$\frac{PE}{EC}=\frac{DF}{FB}=1$.

（1）证明 $EF\,/\!/$ 平面 PAD；

（2）若 $2\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{BG}$，求三棱锥 $G-DEF$ 的体积.

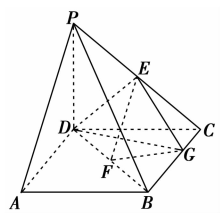

图 3

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{a}{e}x$（其中 $a\in\mathbf{R}$，e 为自然对数的底数）.

（1）若函数 $f(x)$ 存在极大值，且极大值不小于 1，求 a 的取值范围；

（2）当 $a=e$ 时，证明：$(x+\frac{1}{2})f(x)-e^{x-\frac{1}{2}}+2x+1<0$.

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，且经过点$(1,\frac{\sqrt{3}}{2})$，过 F 的直线与椭圆 E 交于 C，D 两点，当 $CD\perp x$ 轴时，$|CD|=1$.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）椭圆 E 的右顶点为 A，若椭圆上的存在两点 P，Q，且使 $k_{AP}\cdot k_{AQ}=\frac{1}{20}$ 成立，证明直线 PQ 过定点.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）[选修 4－4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的普通方程为 C_1：$x^2+\frac{y^2}{3}=1$，曲线 C_2 的极坐标方程为：$\rho=2\cos\theta+4\sin\theta$，以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求曲线 C_1 参数方程和曲线 C_2 的普通方程；

（2）若曲线 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho>0)$ 与曲线 C_1，C_2 分别交于 M，N 两点，求 $|MN|$.

23.（本小题满分 10 分）[选修 4－5：不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|x-2|+3|x|$.

（1）求不等式 $f(x)\geqslant 10$ 的解集；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为 m，正数 a，b，c 满足 $a+b+c=m$，求证：$a^2+b^2+c^2\geqslant\frac{4}{3}$.