绝密★启用前

高三数学试卷

本试题卷分为选择题和非选择题两部分，时量 120 分钟，满分 150 分。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|3-x>0\}$，$B=\{x|x+1<0\}$，则 $A\cap B=$

A. $(-1,3)$　　B. $(-\infty,-1)$

C. $(1,3)$　　D. $(-\infty,3)$

2. 若复数 z 满足 $iz=1-2i$，则 $z=$

A. $-2+i$　　B. $-2-i$　　C. $2-i$　　D. $2+i$

3. 函数 $f(x)=\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}$ 的最小正周期为

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π　　C. 4π　　D. 2π

4. 已知抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F，准线 l 与坐标轴交于点 M，N 是抛物线上一点，若 $|FN|=|FM|$，则△FMN 的面积为

A. 4　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. 2

5. 已知 $a=\log_5 3$，$b=0.2^{-0.3}$，$c=\log_{\frac{1}{6}}\frac{1}{2}$，则

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

6. 已知函数 $f(x)=ax^3+bx$ 在 $x=1$ 处取得极大值 4，则 $a-b=$

A. 8　　B. -8　　C. 2　　D. -2

7. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，已知△ABC 是边长为 8 的等边三角形，$PA\perp$ 平面 ABC，$PA=14$，则 AB 与平面 PBC 所成角的正弦值为

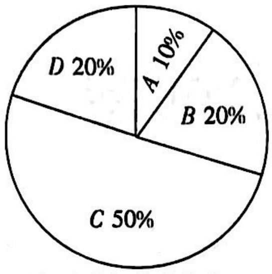
A. $\frac{5\sqrt{183}}{122}$　　B. $\frac{\sqrt{793}}{122}$　　C. $\frac{7\sqrt{183}}{122}$　　D. $\frac{\sqrt{61}}{122}$

8. 第 19 届亚运会将于 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日在杭州举行. 甲、乙等 4 名杭州亚运会志愿者到游泳、射击、体操三个场地进行志愿服务，每名志愿者只去一个场地，每个场地至少一名志愿者，若甲不去游泳场地，则不同的安排方法共有

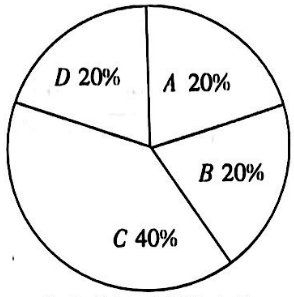
A. 12 种　　B. 18 种　　C. 24 种　　D. 36 种

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 某企业对目前销售的 A，B，C，D 四种产品进行改造升级，经过改造升级后，企业营收实现翻番. 现统计了该企业升级前后四种产品的营收占比，得到如下饼图：



产品升级前营收占比



产品升级后营收占比

下列说法正确的是

A. 产品升级后，产品 A 的营收是升级前的 4 倍

B. 产品升级后，产品 B 的营收是升级前的 2 倍

C. 产品升级后，产品 C 的营收减少

D. 产品升级后，产品 B,D 营收的总和占总营收的比例不变

10. 已知圆 $C_1:x^2+y^2=9$ 与圆 $C_2:(x-3)^2+(y-4)^2=16$，下列说法正确的是

A. C_1 与 C_2 的公切线恰有 4 条

B. C_1 与 C_2 相交弦的方程为 $3x+4y-9=0$

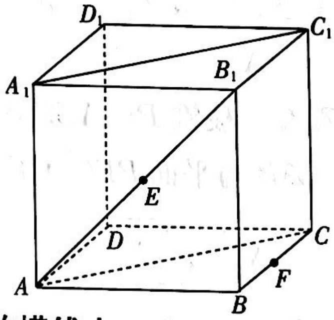
C. C_1 与 C_2 相交弦的弦长为$\frac{12}{5}$

D. 若 P,Q 分别是圆 C_1,C_2 上的动点，则 $|PQ|_{\max}=12$

11. 已知函数 $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}+ex+2$，且满足 $f(m^2)+f(m-2)>4$，则实数 m 的取值可能为

A. -3　　B. -2　　C. 1　　D. 2

12. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别为 AB_1 和 BC 的中点，M 是截面 A_1ACC_1 上的一个动点(不包含边界)，若 $A_1M\perp AB_1$，则下列结论正确的是



A. AM 的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. 三棱锥 $A-EFM$ 的体积为定值

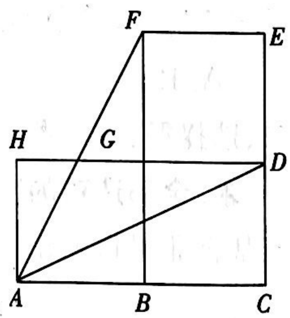
C. 有且仅有一个点 M，使得 EM∥平面 $ABCD$

D. $AM+EM$ 的最小值为$\frac{\sqrt{6}}{2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,-2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,0)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$____▲____.

14. 如图，三个相同的正方形相接，则 $\tan\angle FAD=$____▲____.



15. 已知直线 $l:4x-2y-7=0$ 与双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两条渐近线分别交于点 A,B(不重合)，AB 的垂直平分线过点(3,0)，则 AB 中点的坐标为____▲____，双曲线 C 的离心率为____▲____.(本题第一空 2 分，第二空 3 分)

16. 英国物理学家牛顿用“作切线”的方法求函数的零点时，给出的“牛顿数列”在航空航天中应用广泛. 若数列$\{x_n\}$满足$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$，则称数列$\{x_n\}$为牛顿数列. 若$f(x)=\frac{1}{x}$，数列$\{x_n\}$为牛顿数列，且$x_1=1$，$x_n\neq 0$，数列$\{x_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则满足$S_n\leqslant 2023$的最大正整数$n$的值为__▲__.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_5=18$，$a_6=15$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{\frac{1}{a_{n-1}a_n}\}$的前n项和S_n.

18.（12 分）

$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$\sqrt{2}\cos A(b\cos C+c\cos B)=a$.

(1)求A；

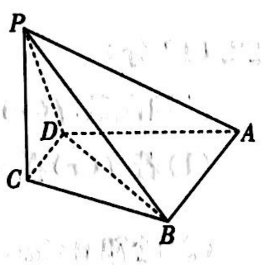
(2)若$a=\sqrt{5}$，$\triangle ABC$的面积为$\sqrt{2}-1$，求$\triangle ABC$的周长.

19.（12 分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，平面$PCD\perp$平面$ABCD$，已知底面$ABCD$为梯形，$AB/\!/CD$，$AB=BD=2CD=2$，$\angle BDC=60^\circ$.

(1)证明：$BC\perp PD$.

(2)若$PC\perp$平面$ABCD$，$PC=\sqrt{3}$，求二面角$A-PD-C$的正弦值.



20.(12分)

"绿色出行,低碳环保"已成为新的时尚.近几年国家相继出台了一系列的环保政策,在汽车行业提出了重点扶持新能源汽车的政策和最终停止传统汽车销售的时间计划表,为新能源汽车行业的发展开辟了广阔的前景.某公司对A充电桩进行生产投资,所获得的利润有如下统计数据表,并计算得$\sum\limits_{i=1}^{6}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=30$.

A充电桩投资金额x/百万元	3	4	6	7	9	10
所获利润y/百万元	1.5	2	3	4.5	6	7

(1)已知可用线性回归模型拟合y与x的关系,求其线性回归方程;

(2)若规定所获利润y与投资金额x的比值不低于$\frac{2}{3}$,则称对应的投入额为"优秀投资额",记2分,所获利润y与投资金额x的比值低于$\frac{2}{3}$且大于$\frac{1}{2}$,则称对应的投入额为"良好投资额",记1分,所获利润y与投资金额x的比值不超过$\frac{1}{2}$,则称对应的投入额为"不合格投资额",记0分,现从上面6个投入额中任意选2个,用X表示记分之和,求X的分布列及数学期望.

附:对于一组数据$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$,其回归直线方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$的斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$,$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

21.(12分)

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F(2,0)$,且$P(-2,\sqrt{2})$是椭圆$C$上一点.

(1)求椭圆C的方程;

(2)若过F的直线l_1(与x轴不重合)与椭圆C相交于A,B两点,过F的直线l_2与y轴交于点M,与直线$x=4$交于点N(l_1与l_2不重合),记$\triangle MFB,\triangle NFB,\triangle NFA,\triangle AFM$的面积分别为$S_1,S_2,S_3,S_4$,若$\sqrt{S_2S_4}=\frac{\sqrt{3}}{4}(S_1+S_3)$,求直线$l_1$的方程.

22.(12分)

已知函数$f(x)=xe^{x-a}-\ln x-\ln a(a>0)$.

(1)若$f(x)$在$x=1$处的切线l与直线$x+y+1=0$垂直,求切线l的方程;

(2)已知$0<a<\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,证明:$f(x)>\frac{a}{a+1}$.