数学(文史类)参考答案

1.A 2.C 3.D 4.A 5.D 6.B 7.C 8.B 9.C 10.D 11.B 12.D

13. 2 14.8 15. $\sqrt{3}$,1.第一空3分,第二空2分. 16.①②③

17.解析:(1)应该选择模型②. ……………………………… 2分

由题可知,$R_2^2 > R_1^2$,则模型②中样本数据的残差平方和 $\sum_{i=1}^{20}(y_i-\hat{y}_i)^2$ 比模型①中样本数据的残差平方和小,即模型②拟合效果最好. ……………………………… 4分

(2)由已知 $t=\frac{1}{x}$,成本费 y 与 t 可用线性回归来拟合,有 $\hat{y}=\hat{d}t+\hat{c}$.

$$\hat{d}=\frac{\sum_{i=1}^{20}(y_i-\bar{y})(t_i-\bar{t})}{\sum_{i=1}^{20}(t_i-\bar{t})^2}=\frac{4}{0.04}=100,$$ …… 6分

所以 $\hat{c}=\bar{y}-\hat{d}\bar{t}=10-100\times0.08=2$,

则 y 关于 t 的线性回归方程为 $\hat{y}=100t+2$. ……………………………… 8分

成本费 y 与同批次生产数量 x 的回归方程为 $\hat{y}=\frac{100}{x}+2$, ……………………………… 10分

当 $x=25$(吨)时,$\hat{y}=\frac{100}{25}+2=6$(万元/吨).

所以,同批次产品生产数量为25吨时 y 的预报值为6万元/吨. 12分

18.解析:(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,由已知有:

$a_6=1+5d,a_4=1+3d,a_2=1+d$, ……………… 3分

因为 $a_6=3(a_4-a_2)$,即 $1+5d=3(1+3d-1-d)$

所以 $d=1$,

所以数列$\{a_n\}$的通项公式 $a_n=n$. 6分

(2)由(1)知 $a_n=n$,

所以 $b_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}=\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 7分

所以 $S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}$

$=\frac{\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}$. 10分

由 $S_n\leqslant\frac{127}{128}$，即 $1-\frac{1}{2^n}\leqslant\frac{127}{128}$，

所以 $\frac{1}{2^n}\geqslant\frac{1}{128}$，则 $2^n\leqslant128=2^7$，

所以 $n\leqslant7$，即 $S_n\leqslant\frac{127}{128}$ 成立的 n 的最大值为 7. …………………………………… 12 分

19. 解析：(1)由题意，有 $\frac{2\cos A}{bc}=\frac{\cos B}{ab}+\frac{\cos C}{ac}=\frac{c\cos B+b\cos C}{abc}$， 3 分

即有 $2a\cos A=c\cos B+b\cos C$，

所以 $2\sin A\cos A=\sin C\cos B+\sin B\cos C=\sin(B+C)=\sin A$，又 $\sin A\neq0$，

所以 $\cos A=\frac{1}{2}$，

所以 $A=\frac{\pi}{3}$. 5 分

(2)由(1)知 $A=\frac{\pi}{3}$，因为 $c=3$，且△ABC 的面积为 $3\sqrt{3}$，

由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A$，…… 6 分

所以 $3\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times3b\cdot\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}b}{4}$，

所以 $b=4$，…………………………………………………………………………………… 8 分

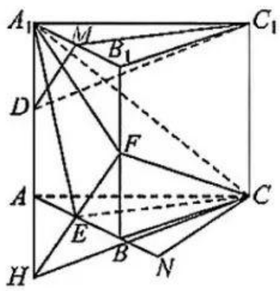
由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=4^2+3^2-2\times4\times3\times\frac{1}{2}=13$，

所以 $a=\sqrt{13}$，……………………………………………………………………………… 11 分

所以△ABC 的周长 $L=a+b+c=\sqrt{13}+4+3=7+\sqrt{13}$. ………………………………… 12 分

20. 解析：(1)当点 D 为棱 AA_1 的中点时，C_1D∥平面 EFC. ………………………………… 1 分

证明：



方法一：延长 A_1A，FE 交于点 H，连结 CH.

因为 E，F 分别为棱 AB 和 BB_1 的中点，

所以 $AH=BF=\frac{1}{2}CC_1$.

因为 D 为棱 AA_1 的中点，

所以 $DA=\frac{1}{2}AA_1=\frac{1}{2}CC_1$.

所以 $DH\underline{\parallel}CC_1$，………………………………………………………… 3 分

所以四边形 $DHCC_1$ 是平行四边形，

所以 $DC_1 // CH$. …… 4 分

又 $DC_1 \not\subset$ 平面 EFC，$CH \subset EFC$， …… 5 分

所以 $C_1D //$ 平面 EFC. …… 6 分

方法二：取 A_1B_1 中点 M，连结 DM，MC_1.

因为 E，F 分别为棱 AB 和 BB_1 的中点，D，M 分别是棱 AA_1，A_1B_1 的中点，

所以 $EF \underline{\underline{//}} \frac{1}{2}AB_1$，$DM \underline{\underline{//}} \frac{1}{2}AB_1$，

所以 $EF // DM$.

又 $DM \not\subset$ 平面 EFC，$EF \subset EFC$，

所以 $DM //$ 平面 EFC. …… 2 分

易知 $EM \underline{\underline{//}} CC_1$，所以四边形 $MECC_1$ 是平行四边形，

所以 $MC_1 // CE$.

又 $MC_1 \not\subset$ 平面 EFC，$CE \subset EFC$，

所以 $MC_1 //$ 平面 EFC. …… 3 分

而 $MC_1 \cap DM = M$， …… 4 分

所以平面 $MDC_1 //$ 平面 EFC. …… 5 分

又 $C_1D \subset$ 平面 MDC_1，

所以 $C_1D //$ 平面 EFC. …… 6 分

(2)过点 C 作 CN 垂直于 AB 的延长线与点 N.

因为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1 \perp$ 平面 ABC，

所以平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 ABC.

因为平面 $ABB_1A_1 \cap$ 平面 $ABC = AB$，$CN \perp AB$，$CN \subset$ 平面 ABC，

所以 $CN \perp$ 平面 ABB_1A_1. …… 8 分

因为 AA_1B_1B 为正方形，$AB=BC=2$，$\angle ABC=120°$，

所以 $CN=\sqrt{3}$，$S_{\triangle A_1EF}=S_{\square AA_1B_1B}-S_{\triangle A_1AE}-S_{\triangle A_1B_1F}-S_{\triangle BEF}=\frac{3}{2}$， …… 10 分

所以 $V_{A_1-EFC}=V_{C-A_1EF}=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle A_1EF}\cdot CN=\frac{\sqrt{3}}{2}$. …… 12 分

21. 解析：(1)当 $a=-1$ 时，$f(x)=xe^x+\frac{1}{2}x^2+x-1$，

$f'(x)=e^x+xe^x+x+1=(x+1)(e^x+1)$， …… 2 分

当 $x<-1$ 时，$f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减；

当 $x>-1$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增； ……5 分

所以，当 $x=-1$ 时，$f(x)$ 取得极小值为 $-\frac{1}{e}-\frac{3}{2}$，无极大值. 6 分

(2)由题得，$f'(x)=(x+1)(e^x-a)$，

由于 $x\geqslant 0$ 时，$e^x\geqslant 1$，

当 $a\leqslant 1$ 时，可知 $f'(x)\geqslant 0$，函数 $f(x)$ 单调递增，

故 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)\geqslant f(0)=a\geqslant 0$

所以，$0\leqslant a\leqslant 1$ 满足条件；……………………………………………… 8 分

当 $a>1$ 时，可知 $0<x<\ln a$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；$x>\ln a$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

所以，在区间 $[0,+\infty)$ 上，当 $x=\ln a$ 时，$f(x)$ 取得极小值，也即为最小值.

由于 $x\geqslant 0$，$f(x)\geqslant 0$ 恒成立，

则 $f(x)_{\min}=\ln a\cdot e^{\ln a}-a\left(\frac{1}{2}\ln^2 a+\ln a-1\right)\geqslant 0$，

即有 $a\ln a-a\left(\frac{1}{2}\ln^2 a+\ln a-1\right)\geqslant 0$，

得 $\frac{1}{2}\ln^2 a\leqslant 1$，解得 $1<a\leqslant e^{\sqrt{2}}$，

综上，a 的取值范围是 $[0,e^{\sqrt{2}}]$. ………… ……… 12 分

选考题

22. 解析：(1)由 $\rho^2=\frac{8}{5-3\cos 2\theta}$ 得 $5\rho^2-3\rho^2\cos 2\theta=8$，……………………………… 1 分

即 $5\rho^2-3\rho^2(2\cos^2\theta-1)=8$，即 $4\rho^2-3(\rho\cos\theta)^2=4$. ……………………………… 3 分

将 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$ 代入上式，得 $x^2+4y^2=4$. ……………………………… 5 分

(2)将直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数)代入曲线 C 的方程 $x^2+4y^2=4$，整理得

$(1+3\sin^2\alpha)t^2+2\sqrt{3}\cos\alpha t-1=0$. ……………………………………… 6 分

由 t 的几何意义可设 $|MA|=|t_1|$，$|MB|=|t_2|$.

因点 M 在椭圆内，方程必有两个实根，

所以 $t_1+t_2=-\frac{2\sqrt{3}\cos\alpha}{1+3\sin^2\alpha}$，……①

$t_1 \cdot t_2 = -\dfrac{1}{1+3\sin^2\alpha}$. ……② …………………………………… 7 分

由 $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ 知 $|t_1| = 2|t_2|$,

即 $t_1 = -2t_2$. ……③ …………………………………… 8 分

联立①③得 $t_2 = \dfrac{2\sqrt{3}\cos\alpha}{1+3\sin^2\alpha}$, ……④

将③④代入②得 $2\left(\dfrac{2\sqrt{3}\cos\alpha}{1+3\sin^2\alpha}\right)^2 = \dfrac{1}{1+3\sin^2\alpha}$,

解得 $\cos^2\alpha = \dfrac{4}{27}$, $\sin^2\alpha = \dfrac{23}{27}$. …………………………………… 9 分

所以直线 l 的斜率 $k = \pm\dfrac{\sqrt{23}}{2}$. …………………………………… 10 分

23. (1)证明: $(a+2)^2+(b+1)^2=(a+2)^2+(3-a)^2=2a^2-2a+13=2\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{25}{2}$, …… 1 分

由于 $a>0$, $b>0$ 且 $a+b=2$, 则 $0<a<2$,

$2\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{25}{2}\geqslant\dfrac{25}{2}$, 当且仅当 $a=\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{3}{2}$ 时等号成立, …………………………………… 3 分

又 $0<a<2$ 时, 可得 $2\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{25}{2}<17$,

所以 $\dfrac{25}{2}\leqslant(a+1)^2+b^2<17$. …………………………………… 5 分

(2) $|3x+m+1|+|3x-m-1|\geqslant|2m+2|$, …………………………………… 6 分

又 $a>0$, $b>0$ 且 $a+b=2$,

$(\sqrt{a+3}+\sqrt{b+3})^2=a+b+6+2\sqrt{a+3}\cdot\sqrt{b+3}$

$\leqslant 8+a+3+b+3$

$=16$, …………………………………… 8 分

所以 $\sqrt{a+3}+\sqrt{b+3}\leqslant 4$, 当且仅当 $a=b=1$ 取等号. 则 $|2m+2|\geqslant 4$,

则 $|2m+2|\geqslant 4$, 得 $2m+2\leqslant -2$, 或 $2m+2\geqslant 2$,

解得 $m\leqslant -2$ 或 $m\geqslant 0$.

所以 m 的取值范围是 $(-\infty,-2]\cup[0,+\infty)$. …………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。