

绝密★启用前

## 2022—2023 学年第一学期高三期中联考 数学理科试卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

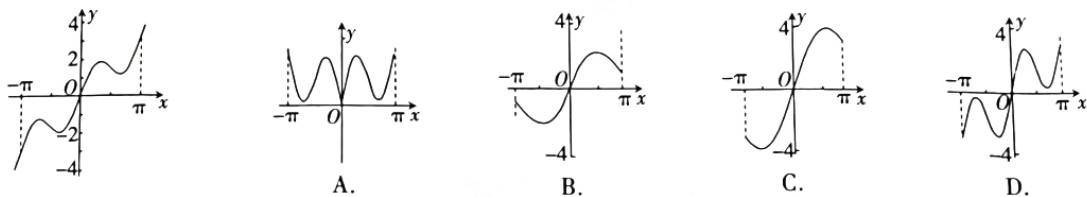
1. 已知集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3x < 0, x \in \mathbf{Z}\}$ ,  $C = \{x | x = ab, a \in A, b \in B\}$ , 则集合  $B \cup C =$ 
  - A.  $\{-2, 2\}$
  - B.  $\{0, 1, 2, 4\}$
  - C.  $\{1, 2, 4\}$
  - D.  $\{1, 2\}$
2. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, \ln(x^2 + x + 1) \geq 1$ ”的否定是
  - A.  $\forall x \in \mathbf{R}, \ln(x^2 + x + 1) < 1$
  - B.  $\forall x \notin \mathbf{R}, \ln(x^2 + x + 1) \geq 1$
  - C.  $\exists x \in \mathbf{R}, \ln(x^2 + x + 1) < 1$
  - D.  $\exists x \in \mathbf{R}, \ln(x^2 + x + 1) \geq 1$
3. 设  $a = 0.6^{\frac{1}{3}}$ ,  $b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{4}}$ ,  $c = \log_3 0.6$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是
  - A.  $c < b < a$
  - B.  $c < a < b$
  - C.  $a < c < b$
  - D.  $a < b < c$

4. 聪明又童心未泯的数学系教授,在高数课堂上利用表情包,以“可倒”与“可导”的谐音生动形象地说明了高等数学中“连续”和“可导”两个概念之间的关系。根据该表情包, $f(x)$ 在  $x = x_0$  处连续是  $f(x)$ 在  $x = x_0$  处可导的



- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. 已知函数  $y = f(x)$  的部分图象如图所示,则函数  $y = 2f\left(\frac{1}{2}x\right)$  在  $[-\pi, \pi]$  上的大致图象为



6. 若  $pq \neq 0$ , 直线  $y = px + 1$  与曲线  $y = e^{qx-3}$  相切于点  $(x_0, y_0)$ , 则  $x_0 =$ 
  - A.  $\frac{1}{q} - \frac{1}{p}$
  - B.  $\frac{1}{p} - \frac{1}{q}$
  - C.  $\frac{1}{q} - \frac{3}{p}$
  - D.  $\frac{1}{p} - \frac{3}{q}$

数学理科 第 1 页(共 4 页)

7. 下列几个不等式中,不能取到等号的是

- A.  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2 (x > 0)$   
 B.  $|x| + \frac{2}{|x|} \geq 2\sqrt{2} (x \neq 0)$   
 C.  $-\frac{4}{x} - \frac{x}{16} \geq 1 (x < 0)$   
 D.  $\sqrt{x^2 + 5} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 5}} \geq 2 (x \in \mathbf{R})$

8. 在西双版纳热带植物园中有一种原产于南美热带雨林的时钟花,其花开花谢非常有规律. 有研究表明,时钟花开花规律与温度密切相关,时钟花开花所需要的温度约为  $20^\circ\text{C}$ ,但当气温上升到  $31^\circ\text{C}$  时,时钟花基本上都会凋谢. 在花期,时钟花每天开闭一次. 已知某景区有时钟花观花区,且该景区 6 时 ~ 14 时的气温  $T$  (单位:  $^\circ\text{C}$ ) 与时间  $t$  (单位: 时) 近似满足函数关系式  $T = 25 + 10\sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{3\pi}{4}\right)$ ,则在 6 时 ~ 14 时中,观花的最佳时段约为(参考数据:  $\sin \frac{\pi}{5} \approx 0.6$ )

- A. 6.7 时 ~ 11.6 时  
 B. 8.7 时 ~ 11.6 时  
 C. 6.7 时 ~ 12.2 时  
 D. 8.7 时 ~ 12.2 时

9. 向量  $\mathbf{a} = (1, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (3x - 1, x + 1)$ ,  $\mathbf{c} = (5, 7)$ , 若  $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \parallel (\mathbf{a} + \mathbf{c})$ , 且  $\mathbf{c} = m\mathbf{a} + n\mathbf{b}$ , 则  $m + n$  的值为

- A. 2  
 B.  $\frac{5}{2}$   
 C. 3  
 D.  $\frac{7}{2}$

10. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = -f(x)$ , 当  $1 \leq x < 2$  时  $f(x) = x - 2$ . 若  $y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$  与  $f(x)$

的图象交于点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) (n \in \mathbf{N}^*)$ , 则  $\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) =$

- A. 6  
 B. 8  
 C. 10  
 D. 14

11. 已知函数  $f(x) = 2\log_a x - ex^2 (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  有唯一极值点, 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $(0, 1)$   
 B.  $(1, e)$   
 C.  $(1, +\infty)$   
 D.  $(3, +\infty)$

12. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 记  $\triangle ABC$  的面积为  $S$ , 若  $c^2 = 8S$ , 则  $\frac{a}{b}$  的最小值为

- A.  $3 - 2\sqrt{2}$   
 B.  $3 - \sqrt{3}$   
 C.  $2\sqrt{5} - 2$   
 D.  $\sqrt{5} - 2$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知平面向量  $\mathbf{m}, \mathbf{n}$  满足  $|\mathbf{m}| = 3, |\mathbf{n}| = 2$ ,  $\mathbf{m}$  与  $\mathbf{n}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $|2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}| =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知  $\triangle ABC$  中,  $AB = 3, AC = 2, \angle A = 60^\circ$ , 则  $\triangle ABC$  的外接圆面积为 \_\_\_\_\_.

15. 若  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{\sin \theta \cos 2\theta}{\cos \theta - \sin \theta} =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |2x - a + 1|, & x \leq 0, \\ |\ln x|, & x > 0, \end{cases}$  函数  $y = f(x) - b$  有四个不同的零点  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , 且  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . 若  $-4 < (x_1 + x_2)x_3x_4 < -2$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

数学理科 第 2 页 (共 4 页)

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分) 已知函数  $f(x) = \log_3 \frac{3}{x} \cdot \log_3(9x)$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的值域;
- (2) 求不等式  $f(x) < -4$  的解集.

18. (12 分) 已知函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + 2\cos^2 x$ .

- (1) 求  $f(x)$  的单调递增区间;
- (2) 将  $f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 得到函数  $g(x)$  的图象, 求  $g(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$  上的值域

19. (12 分) 已知  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ ,  $\frac{1 - \cos 2B}{\sin B} = \frac{\sin 2A}{\sin A}$ .

- (1) 若  $C = \frac{\pi}{6}$ , 求  $B$  的大小;
- (2) 若  $\triangle ABC$  不是钝角三角形, 且  $c = 1$ , 求  $\triangle ABC$  的面积取值范围.

20. (12分) 已知函数  $f(x) = 2x - a \sin x (a \in \mathbf{R})$ .

- (1) 若  $f(\pi) + f'(\pi) = 2\pi$ , 求  $a$  的值;
- (2) 若  $x \in (0, \pi)$  时,  $f(x) \geq -\sin 2x$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = ae^x - ax + 1, g(x) = (1-a)x + 1 (a \neq 0)$ .

- (1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;
- (2) 若函数  $h(x) = g(x) - f(x)$  有两个不同的零点  $x_1, x_2$ , 求证:  $x_1 + x_2 > 2$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$ , 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的非

负半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $2\rho \cos \theta - \rho \sin \theta + 2 = 0$ .

- (1) 求曲线  $C$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;
- (2) 若直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 点  $P(0, 2)$ , 求  $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$  的值.

23. (10分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数  $f(x) = |x - 3| + |x + a| (a \in \mathbf{R})$ .


- (1) 当  $a = 2$  时, 求不等式  $f(x) \leq 7$  的解集;
- (2) 若  $f(x) \geq 2$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线