2022—2023 学年第二学期高一期末调研考试

数学·答案

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. D　　2. C　　3. C　　4. D　　5. B　　6. A

7. C　　8. B

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.每小题全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. AC　　10. BCD　　11. ACD　　12. ABC

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. $\frac{3}{2}$　　14. 45

15. $\frac{3}{4}$　　16. 40π

四、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **解析**　(Ⅰ)因为 $z_1,z_2\in\mathbf{R}$,

所以$\begin{cases}t^2-1=0,\\2\cos\theta+1=0,\end{cases}$解得 $t=\pm1,\cos\theta=-\frac{1}{2}$, …………(2 分)

因为 $\theta\in[0,\pi]$,所以 $z_2=\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, …………(3 分)

当 $t=-1$ 时,$z_1<z_2$,不符合条件,当 $t=1$ 时,满足 $z_1>z_2$, …………(4 分)

综上,$t=1$. …………(5 分)

(Ⅱ)若 $z_1=z_2$,则$\begin{cases}t=\sin\theta,\\t^2-1=2\cos\theta+1,\end{cases}$ …………(7 分)

所以 $\sin^2\theta-1=2\cos\theta+1$,所以 $\cos^2\theta+2\cos\theta+1=0$,即 $(\cos\theta+1)^2=0$, …………(9 分)

解得 $\cos\theta=-1$,又因为 $\theta\in[0,\pi]$,

所以 $\theta=\pi$. …………(10 分)

18. **解析**　(Ⅰ)因为 $(0.025+0.075+0.1+a)\times4=1$,解得 $a=0.05$. …………(2 分)

由题意评分在 $[84,92)$ 内的频率为 $(0.025+0.075)\times4=0.4<0.5$,

评分在 $[84,96)$ 内的频率为 $(0.025+0.075+0.1)\times4=0.8>0.5$,

故中位数在区间 $[92,96)$ 内, …………(4 分)

则估计中位数为 $92+\frac{0.5-0.4}{0.8-0.4}\times4=93$. …………(6 分)

(Ⅱ)由分层随机抽样可知,这 6 人中评分在 $[84,88)$ 内的有 2 人,记为甲、乙;评分在 $[96,100]$ 内的有 4 人,记为 a,b,c,d. …………(8 分)

从这 6 人中随机抽取 2 人有:

甲乙、甲 a、甲 b、甲 c、甲 d、乙 a、乙 b、乙 c、乙 d、ab、ac、ad、bc、bd、cd,共 15 个样本点, …………(10 分)

其中至少有一人评分在 $[84,88)$ 内的有:

甲乙、甲 a、甲 b、甲 c、甲 d、乙 a、乙 b、乙 c、乙 d，共 9 个样本点，…………（11 分）

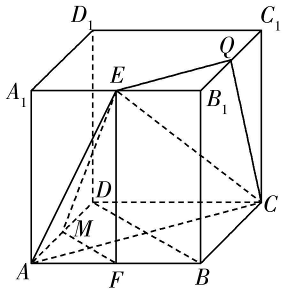
所以所求概率 $P=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$. …………（12 分）

19. **解析** （Ⅰ）如图所示，平面 AEC 截正方体所得截面为梯形 $ACQE$，其中 Q 为 B_1C_1 的中点，…………（2 分）

由题易知 $AC=2\sqrt{2}$，$EQ=\sqrt{2}$，$QC=AE=\sqrt{5}$，

所以梯形的高为 $\sqrt{5-\dfrac{1}{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，…………（4 分）

所以截面面积为 $\dfrac{\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{9}{2}$. …………（6 分）



（Ⅱ）连接 BD，

因为 M，F 为 AD，AB 的中点，所以 $MF/\!/BD$.

在正方形 $ABCD$ 中，$AC\perp BD$，

所以 $AC\perp MF$. …………（8 分）

因为 E，F 分别是 A_1B_1，AB 的中点，所以 $EF/\!/AA_1$，

因为 $AA_1\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $EF\perp$ 平面 $ABCD$，

所以 $EF\perp AC$. …………（10 分）

又因为 $EF\cap MF=F$，所以 $AC\perp$ 平面 MEF，…………（11 分）

又因为 $AC\subset$ 平面 AEC，所以平面 $AEC\perp$ 平面 MEF. …………（12 分）

20. **解析** （Ⅰ）由 $\tan B=-2\sqrt{2}$，可得 $\sin B=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，$\cos B=-\dfrac{1}{3}$. …………（1 分）

设 $AB=c(c>0)$，

在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理得 $9=4+c^2-4c\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)$，即 $c^2+\dfrac{4}{3}c-5=0$，…………（3 分）

解得 $c=-3$（舍去）或 $c=\dfrac{5}{3}$，…………（4 分）

由正弦定理得 $\sin\angle ACB=\dfrac{c\sin B}{3}=\dfrac{\dfrac{5}{3}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}{3}=\dfrac{10\sqrt{2}}{27}$. …………（6 分）

（Ⅱ）$\because\ \angle COD=\angle AOD$，$\therefore\ AD=CD$，…………（7 分）

由已知得 $\angle B+\angle ADC=\pi$，$\therefore\ \cos\angle ADC=\dfrac{1}{3}$，…………（8 分）

设 $AD=CD=m(m>0)$.

在 $\triangle ACD$ 中，由余弦定理得 $9=m^2+m^2-2m^2\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}m^2$，…………（10 分）

$\therefore m^2=\dfrac{27}{4}$，$\therefore m=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，即 $AD=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. ………………………………………………………… (12 分)

21. **解析** （Ⅰ）方法一：如图，连接 AC，因为 $PD\perp$平面 $ABCD$，

所以 $V_{P-ABC}=\dfrac{1}{3}PD\cdot S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{3}\times3\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\times1\right)=\dfrac{3}{2}$. ………………………………… (2 分)

因为 $PD\perp$平面 $ABCD$，所以 $PD\perp BC$，

又 $BC\perp CD$，$CD\cap PD=D$，所以 $BC\perp$平面 PCD，

所以 $BC\perp PC$. ……………………………………………………………………… (3 分)

设点 A 到平面 PBC 的距离为 h，

则 $V_{A-PBC}=\dfrac{1}{3}h\cdot S_{\triangle PBC}=\dfrac{1}{3}h\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times1\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}h$. ……………………………… (4 分)

又因为 $V_{P-ABC}=V_{A-PBC}$，所以可得 $\dfrac{3}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}h$， ………………………………………… (5 分)

得 $h=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，即点 A 到平面 PBC 的距离为 $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. ……………………………………… (6 分)

方法二：因为 $AD/\!/BC$，$AD\not\subset$平面 PBC，所以 $AD/\!/$平面 PBC，

所以点 A 到平面 PBC 的距离即点 D 到平面 PBC 的距离. ………………………………… (1 分)

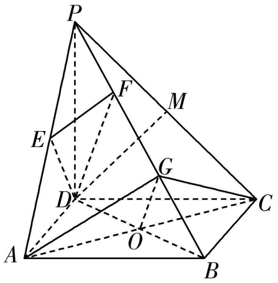
作 $DM\perp PC$，垂足为 M.

同方法一可知 $BC\perp$平面 PCD，所以平面 $PBC\perp$平面 PCD，且交线为 PC， …………………… (3 分)

又 $DM\subset$平面 PCD，所以 $DM\perp$平面 PBC，点 D 到平面 PBC 的距离即 DM. …………………… (4 分)

在等腰直角 $\triangle PCD$ 中，$PD=CD=3$，

所以 $DM=\dfrac{3\times3}{3\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，即点 A 到平面 PBC 的距离为 $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. ………………………………… (6 分)



（Ⅱ）存在满足条件的点 G，且点 G 为线段 PB 上靠近点 B 的三等分点. ……………………… (7 分)

证明如下：

连接 AC，BD 交于点 O，连接 OG，AG.

因为点 F，G 是 PB 的三等分点，所以 F 为 PG 的中点，G 为 BF 的中点. ……………………… (8 分)

在矩形 $ABCD$ 中，O 为 BD 的中点，所以 $OG/\!/DF$，

因为点 E 为 PA 的中点，所以 $EF/\!/AG$， ………………………………………………… (9 分)

又因为 $OG\cap AG=G$，$EF\cap DF=F$，

所以平面 $ACG/\!/$平面 DEF，……………………………………………………………… (10 分)

又因为 $CG\subset$平面 ACG，所以 $CG/\!/$平面 DEF. ………………………………………… (11 分)

因为 $PB=\sqrt{1^2+3^2+3^2}=\sqrt{19}$，所以 $BG=\dfrac{\sqrt{19}}{3}$. ……………………………………… (12 分)

22. **解析** （Ⅰ）记 1 个红球为 a，4 个白球分别为 b,c,d,e.

则从箱子中随机摸出两球，样本点有：$ab,ac,ad,ae,bc,bd,be,cd,ce,de$，共 10 个样本点，……………… （2 分）

其中含有红球的为：ab,ac,ad,ae，共 4 个样本点，……………… （3 分）

所以在一次摸奖中，中奖概率为 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$. ……………… （4 分）

当 $m=60$ 时，甲、乙两人只能摸奖一次，所以他们中奖的概率为 $\frac{2}{5}$. ……………… （5 分）

（Ⅱ）当 $m=240$ 时，他们可以摸奖 4 次. ……………… （6 分）

记事件第 i 次由甲摸奖为 $A_i(i=1,2,3,4)$，记第一次由甲摸奖，最后一次也是甲摸奖为事件 B，

则 $B=A_1A_2A_3A_4+A_1A_2\overline{A}_3A_4+A_1\overline{A}_2A_3A_4+A_1\overline{A}_2\overline{A}_3A_4$，……………… （8 分）

所以 $P(B)=P(A_1A_2A_3A_4+A_1A_2\overline{A}_3A_4+A_1\overline{A}_2A_3A_4+A_1\overline{A}_2\overline{A}_3A_4)$

$=P(A_1A_2A_3A_4)+P(A_1A_2\overline{A}_3A_4)+P(A_1\overline{A}_2A_3A_4)+P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3A_4)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{5}\right)^3+\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}$

$=\frac{31}{125}$. ……………… （12 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。